LECCIONES

DE

CORTE DE PIEDRAS

Ó SEAN

MODIFICACIONES DE ALGUNAS DE LAS LECCIONES

DE LA

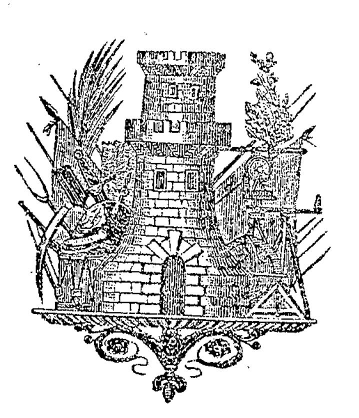
OBRA DE MR. ADHEMAR

QUE SIRVE DE TESTO EN LA ACADEMIA DE INGENIEROS.

Por el Comandante graduado

DON MANUEL MIQUEL Y LUCUY

CAPITAN DE INGENIEROS.



MADRID:

IMPRENTA DEL MEMORIAL DE INGENIEROS.

1864.

ADVERTENCIA.

La obra de *Corte de Piedras* de Mr. Adhemar, señalada para texto en la Academia de Ingenieros, está escrita con objeto de formar un Tratado completo de dicha materia, exigiendo por esta causa su estudio mas tiempo del que se puede dedicar á la enseñanza de ella: por esta razon ha sido preciso elegir entre los muchos ejemplos que contiene los mas importantes, ya porque sus aparejos sean de un uso muy general, ó porque presenten dificultades notables en su montea y cuyos medios de salvarlas sea aplicable á otros muchos casos. Esta difícil eleccion ha sido el resultado de la laboriosidad de los Profesores que me han precedido en el desempeño de la clase, y que me ha servido de norma durante el tiempo que ha estado á mi cargo su enseñanza.

Pero por clara y bien ordenada que esté una obra, al escojer solo un cierto número de ejemplos de los que contiene, resulta que no todos están esplicados con la suficiente claridad, por ser algunas de sus partes repeticion de las análogas que se han considerado en los casos anteriores, presentándose, por consiguiente, difíciles para su estudio. Esto es lo que sucede con los aparejos de la puerta en una bajada y de la bajada en

bóveda esférica, por lo cual he considerado necesario presentar dichos ejemplos con todos sus detalles.

Lo contrario sucede en la parte de la obra destinada á los aparejos de los puentes oblicuos: formado el programa por las primeras ediciones de la citada obra, se dedicaron dos lecciones para el conocimiento del aparejo octogonal, único que entonces describia; pero las muchas aplicaciones que de este género de puentes han exigido los caminos de hierro, ha sido causa de que se hayan ideado otros aparejos, descritos muy detalladamente en las últimas ediciones. El conocimiento de estos y su comparacion es muy necesaria al Ingeniero; pero el estudio de esta parte por la obra de Mr. Adhemar hubiera exigido el aumentar considerablemente el número de lecciones que habia señaladas en los anteriores programas, por lo cual he compendiado dicha parte, describiendo los distintos aparejos y examinando las ventajas ó inconvenientes de cada uno de ellos.

En el tercer aparejo de las bóvedas esféricas, el Profesor D. José Pera, á quien tuve la honra de suceder, ideó hacer la montea de un modo mas sencillo y que exige menos superficie para su ejecucion por emplear únicamente dos proyecciones en vez de tres, como hace el autor; pero la esperiencia me ha hecho ver que la esplicacion del Profesor el dia que se da esta leccion en clase, aunque la repita el dia que corresponde su repaso, no es suficiente para que los Alumnos puedan recordarla: con objeto de salvar este inconveniente, he redactado esta parte para facilitar su estudio.

Ultimamente, en los aparejos de las bóvedas adinteladas, además de los que considera el autor, he añadido otros dos que se usan algunas veces; pero comparándolos entre sí, para que se pueda elegir el mas conveniente en cada caso particular.

Réstame manifestar que el único objeto que me ha movido al redactar estas lecciones, ha sido el de facilitar el estudio de esta materia á los Alumnos de la clase; siendo el primero en reconocer el ningun mérito que tienen, bajo cualquier otro concepto que se las considere.

Manuel Miquel.

ciones con el trasdós de los planos que determinan dicha inclinacion, estarán en proyeccion horizontal, igualmente distantes de las líneas (1, 9) (2, 10) ..... (1, 6) (7, 11)....., cuya distancia se tomará en la fig. 1 donde se encuentra en su verdadera magnitud en ($a' e'$), y se trazarán en la fig. 2 las líneas (12, 13) (14, 15) (16, 17)..... (12, 18) (19, 20) (21, 22)..... que representan dichas intersecciones.

El enlace de los planos inclinados al interior y al esterior que forman los costados y cabezas de cada dovela, se hace por medio de los planos verticales ($a\, e$) ($a\, f$) ($d\, g$) ($d\, h$) ..... en direccion de las diagonales de los cuadrados de intradós.

De este modo todas las dovelas centrales son iguales, lo cual presenta gran ventaja para su labra.

Las dovelas adosadas á los muros se diferencian de las anteriores por que estos muros se terminan por planos inclinados al esterior, y como el estremo opuesto de cada dovela es preciso que tenga inclinacion al esterior ó al interior, segun que la contigua á esta parte presente su costado ó su cabeza, resultan dos formas distintas que son las *B* y *F*. Las piedras de los ángulos se diferencian tambien de estas por que tienen dos lados contiguos, los que se apoyan en los muros, inclinados al esterior: estas cuatro piedras son iguales ó simétricas dos á dos segun que el número de divisiones de las líneas (1, 6) (1, 9) sea par ó impar.

Las cuatro distintas formas que tienen las dovelas están representadas en las figuras 4, 5, 6, 7, correspondientes á las mismas letras de la proyeccion horizontal fig. 2.

Proyecciones de las dovelas. Para determinar las proyecciones de las dovelas, nos fijaremos primero en la *A* que hemos considerado anteriormente: el intradós hemos dicho que es el cuadrado ($a\, b\, c\, d$—$3'\, 4'$): el trasdós está limitado por las intersecciones de todos los planos laterales, tanto inclinados como verticales; con el plano horizontal que forma el trasdós de la

bóveda, y segun lo dicho anteriormente al hablar de la forma de las dovelas, dicho trasdós es el proyectado en ($a\, f\, g\, d\, h\, i\, c\, j\, l\, b\, m\, e$—$e'\, h'$): los planos inclinados al esterior que forman las cabezas de la dovela están limitados por sus intersecciones con el intradós, trasdós y los verticales que sirven para el enlace de estos con los de los costados, y están proyectados en ($a\, b\, m\, e$—$3'\, e'$) y ($d\, c\, i\, h$—$4'\, h'$): los costados limitados análogamente á las cabezas, tienen por proyecciones horizontales ($a\, d\, f\, g$) y ($c\, b\, l\, j$) y por proyecciones verticales la ($3'\, 4'\, g'\, f'$) para los dos: los planos verticales que sirven para el enlace de estos, son todos iguales y están limitados por figuras triangulares formadas por la vertical (a—$3'\, a'$) interseccion de dos planos verticales contiguos, la horizontal ($a\, f$—$a'\, f'$) interseccion con el plano del trasdós, y la ($a\, f$—$3'\, f'$) interseccion con el plano inclinado del costado de la dovela.

Las piedras centrales ya se ha dicho que son todas iguales; pero debe cuidarse al hacer el aparejo, así como al colocarlas en obra despues de labradas las dovelas, que las cabezas de las unas se presenten sobre los costados de las otras para que ajusten perfectamente, y para su mútuo sostenimiento.

Las proyecciones de las dovelas adosadas á los muros no ofrece tampoco ninguna dificultad, y se determinan analogámente á las de las centrales, teniendo presente su diversa forma segun que estas les presenten las cabezas ó costados.

Labra. Para labrar la dovela *A* se toma un paralelepípedo cuya base sea el rectángulo ($n\, o\, p\, q$) que es el menor que puede circunscribir á la proyeccion horizontal de dicha dovela, y por altura la ($3'\, a'$) que es el espesor de la bóveda: dispuesto este paralelepípedo (fig. 4), se aplica en la cara superior la plantilla del trasdós ($a'\, f\, g\, d'\, h\, i\, c'\, j\, l\, b'\, m\, e$) que está en su verdadera magnitud en la proyeccion horizontal, teniendo cuidado de que las líneas ($e\, m$) ($h\, i$) de la plantilla coincidan con las aristas opuestas de la piedra, así como que los vértices (a') (b') (c') y (d') in-

sistan sobre las otras dos aristas: en el plano horizontal inferior se aplica la plantilla de intradós $(a\,b.c.d)$, que tambien se encuentra en su verdadera magnitud en la proyeccion horizontal, teniendo presente que las líneas $(a\,d)$ y $(b\,c)$ de la plantilla deben existir sobre las aristas $(o\,p)$ y $(n\,q)$ de la piedra, y los vértices de la plantilla distar igualmente de los de dicha piedra: en seguida se trazan en los costados las líneas $(b\,b')$ $(c\,c')$ $(d\,d')$ y $(a\,a')$: con la primera y la $(b'\,l)$ se labra el plano vertical $(b\,b'\,l)$ hasta que se pueda aplicar la plantilla de dicho plano, la cual como en ninguno de los de proyeccion se encuentra en su verdadera magnitud, será preciso hacerla girar al rededor de la vertical $(b—3'\,a')$ (figuras 1 y 2) hasta colocarla en la posicion $(b\,l')$ y entonces la figura $(3'\,f''\text{-}a')$ será la verdadera magnitud de dichas caras: labradas las ocho caras verticales (fig. 4) se labrarán las cuatro inclinadas de las que se tienen las cuatro líneas que las limitan, dadas por las plantillas ya aplicadas.

La labra de las dovelas *B*, *G*, *F* (figuras 5, 6 y 7) se verifica del mismo modo.

La fig. 3 representa la proyeccion horizontal de otro aparejo que se puede emplear en las bóvedas adinteladas: es análogo al anterior, diferenciándose únicamente en que los planos verticales laterales en lugar de estar en la direccion de las diagonales de los cuadrados de intradós, lo están en la de los lados: la fig. 1 es la proyeccion vertical.

Las figuras 8, 9, 10 y 11 representan las dovelas marcadas con las letras *A G B* y *F* (fig. 3).

Lo dicho anteriormente para determinar las proyecciones y labra de las dovelas, se aplica á este aparejo.

La ventaja de este aparejo sobre el anterior es la de que siendo rectos todos los ángulos de la plantilla del trasdós hay mas facilidad de conseguir la exactitud indispensable en la labra para el ajuste exacto de las dovelas.

Comparando estos aparejos con los descritos anteriormente en la obra de Adhemar se observa que tienen la ventaja de que

las dovelas se sostienen recíprocamente y que presentan mas simetría las líneas del intradós y particularmente las del trasdós; pero en cambio de estas pequeñas ventajas tienen los inconvenientes de tener menos solidez y estabilidad, mas dificultad en la labra de las dovelas, y en su colocacion, pues es preciso hacerlas resbalar horizontalmente para que encagen, y además hay que dejar sin colocar la última hilada del muro opuesto al lado por donde se empieza la construccion de la bóveda.

PROYECCION DE LAS DOVELAS

EN EL TERCER APAREJO DE LAS BOVEDAS ESFERICAS.

TODAS las dovelas, esceptuando las de los ángulos de los cuadrados de la proyeccion horizontal por donde pasan los planos verticales que determinan las líneas de junta, son iguales á las del segundo aparejo: así solo nos fijaremos en las de dichos ángulos. Lám. 2.

Sean (1, 2, 3) (4, 5, 6) fig. 12 los círculos de los arranques del intradós y trasdós de la bóveda, y (1' 2') (3' 4') los de la interseccion de la misma bóveda con el plano-meridiano (5 7) paralelo al vertical de proyeccion y que divide en dos partes iguales el ángulo formado por las líneas (1, 2) (2, 3) del cuadrado inscrito en el círculo de intradós de la bóveda, paralelos á cuyos lados son los planos verticales que determinan los círculos de junta de intradós. De esta manera la proyeccion vertical de cada dovela se reduce á su mitad, pues por la simetría de ella, cada dos vértices se proyectan verticalmente en un punto.

El intradós de la dovela está limitado por la interseccion de los círculos causados en el intradós de la bóveda por los planos verticales (1, 2) (*b c*) (2, 3) (8, 9) (8, 10) (*f g*) y los planos meridianos que pasan por las rectas (7, 11) (7, 12) situados en el plano horizontal de proyeccion y por los puntos (*a*) (*d*) equidistantes del punto (2). Las proyecciones horizontales de los

círculos causados por dichos planos verticales serán las trazas horizontales de estos. En cuanto á las proyecciones horizontales de las intersecciones producidas por los planos meridianos ya citados serán elipses cuyos semiejes mayores son los radios horizontales (7, 11) (7, 12): para determinar los semiejes menores se hace girar al plano (1, *a*, 2) al rededor de su traza horizontal hasta adaptarlo á este plano: el círculo (1, 15, 2) representará el abatimiento de la interseccion con la esfera de intradós: el punto (*a*) se referirá á este abatimiento á (13) y la línea (17, 13, 15) representará la interseccion del plano meridiano con este plano: se trazan en este abatimiento los círculos (14, 15, 16) (18, 19, 20) proyeccion sobre el plano vertical que estamos considerando de los de contorno aparente del intradós y trasdós: las intersecciones (15) y (19) de la línea (17, 13, 19) con estos círculos proyectados sobre la línea (7, 12) en (21) y (22), darán las magnitudes (7, 21) y (7, 22) de los semiejes menores de las elipses proyecciones horizontales de los círculos causados en el intradós y trasdós por el plano meridiano que consideramos. Del mismo modo se pueden determinar los semiejes de las correspondientes al plano meridiano que pasa por la línea (7, 12) y el punto (*d*); pero como son iguales á los anteriores, se llevarán las distancias (7, 21) y (7, 22) á (7, 23) y (7, 24) sobre la línea (7, 11): conocidos ya los semiejes de las elipses, se podrán trazar estas, y el intradós de la dovela estará proyectado horizontalmente en (*a b c d e f g h*). Solo se han trazado las elipses de intradós, tanto en proyeccion horizontal como en la vertical, para no complicar la figura.

Para determinar la proyeccion vertical del intradós, determinaremos la de cada uno de los círculos que lo limitan. Los (1, 2) y (2, 3) se proyectan en una elipse cuyo semieje mayor es el radio vertical proyectado en (25), y por consiguiente en la proyeccion vertical será (5′, 6′) igual á (2, 25): el semieje menor es (5′, 4′) proyeccion vertical del radio horizontal (25, 2).

Análogamente se determinan los semiejes de las elipses, proyeccion vertical de los círculos de interseccion de los planos verticales (8, 9) y (8, 10) con el intradós, que son (7′, 8′) igual á (26, 27) y (7′, 9′) proyeccion de (26, 27). Como los planos (*f g*) y (*c b*) son perpendiculares al vertical de proyeccion, los círculos contenidos en ellos se proyectarán en sus trazas verticales, que son las líneas (*f′ g′*) y (*b′ c′*). La proyeccion vertical de las intersecciones de los planos meridianos es tambien una sola elipse: para determinar sus semiejes, debemos recordar que estos son, el mayor la proyeccion del radio que en el espacio es paralelo al plano sobre el cual se quiere obtener la proyeccion, y el menor la del que tambien en el espacio es perpendicular al anterior: teniendo ya las proyecciones horizontales de estas intersecciones en las elipses (11, *a h*, 21) y (12 *d*, *e*, 23) los radios paralelos al plano vertical de proyeccion estarán proyectados horizontalmente en (7, 28): proyectando verticalmente el punto (28) en (10′) sobre el contorno aparente de intradós, el semieje mayor que buscamos será (13′ 10′): la proyeccion del semieje menor estará sobre la recta (13′ 11′), perpendicular á la anterior: para obtener su magnitud, haremos girar al plano meridiano sobre su traza horizontal hasta adaptarlo sobre este plano de proyeccion, en cuyo caso la interseccion con la esfera se habrá confundido con el círculo (1, 11, 2, 3), el punto (28) habrá venido á parar al (29) sobre este círculo, y la recta (7, 29) será el abatimiento del radio (7, 28): tirando el radio (7, 30) perpendicular al (7, 29) será el abatimiento del radio que dé en proyeccion vertical el semieje menor; por consiguiente, proyectando el punto (30) en (31) sobre la elipse proyeccion horizontal, y éste verticalmente en (11′) sobre la recta (13′ 11′), la magnitud (13′ 11′) será la del semi-eje menor, y podremos trazar la elipse en proyeccion vertical. Las intersecciones de todas estas elipses darán la proyeccion vertical (*a′ b′ c′ g′ f′ e′ a′*) del intradós, cuyos vértices deben coincidir con los de la proyeccion horizontal. Como to-

das las superficies de lecho, sobrelechos y juntas pasan por el centro de la esfera, sus intersecciones pasarán tambien por este punto: así, no hay mas que unir en los dos planos de proyeccion las proyecciones de los vértices del intradós con las del centro de la esfera para obtener las de las aristas de la dovela.

Determinando la interseccion de todas estas líneas con la esfera de trasdós, que suponemos concéntrica á la del intradós, obtendremos las proyecciones de los vértices de trasdós de la dovela; pero es mas exacto determinar el trasdós análogamente á como se ha hecho para el intradós, teniendo presente que estas intersecciones son elipses semejantes, y algunas además concéntricas, á las de intradós, por lo que se pueden obtener los semiejes sin necesidad de repetir las construcciones hechas para el intradós. Las intersecciones de todas estas elipses, además de coincidir en ambas proyecciones, deben encontrarse sobre las de las aristas de la dovela, y los puntos (p') y (l') de la proyeccion vertical, sobre el círculo de contorno aparente del trasdós, análogamente á los puntos (g') y (c') del intradós, pues son las proyecciones de los (32) (5) (34) y (33) que se encuentran sobre el meridiano principal.

Las proyecciones de la dovela son: intradós ($a\,b\,c\,d\,e\,f\,g\,h$—$a'\,b'\,c'\,g'\,f'\,e'\,a'$): trasdós ($i\,j\,l\,m\,n\,o\,p\,q\,i$—$m'\,j'\,l'\,p'\,o'\,n'\,m'$): planos de junta ($a\,i\,q\,h$—$a'\,m'\,n'\,e'$) y ($n\,m\,d\,e$—$a'\,m'\,n'\,e'$): superficies cónicas de lecho ($a\,b\,j\,i$—$a'\,b'\,j'\,m'$) ($b\,c\,l\,j$—$b'\,c'\,l'\,j'$) y ($c\,d\,m\,l$—$a'\,b'\,j'\,m'$): y superficies cónicas de sobrelecho ($g\,h\,q\,p$—$f'\,e'\,n'\,o'$), ($f\,g\,p\,o$—$f'\,g'\,p'\,o'$) y ($f\,e\,n\,o$—$f'\,e'\,n'\,o'$).

La labra como indica el testo.

PUERTA EN UNA BAJADA.

DATOS.—La directriz de la bajada ($1''\ 2''\ 3''\ 4''$) en el plano vertical ($1, 1$—$1'\ 5'$) fig. 13, la inclinacion ($1'\ 1'$) de sus generatrices, y la abertura de la puerta ($\alpha\ a\ f\ \zeta$) que se quiere construir. Lám. 2.

Se supone que la direccion de la puerta es perpendicular á los muros de la bajada: se tomará el plano vertical de proyeccion perpendicular á la puerta y de consiguiente será paralelo á la direccion de la bajada; se determinarán las proyecciones de los dos cilindros. La interseccion de estas dos superficies estará proyectada verticalmente en la traza del cilindro de la puerta: para determinar la proyeccion horizontal, se cortarán ambas superficies por planos perpendiculares al vertical de proyeccion y paralelos á la direccion de la bajada, se trazarán las proyecciones horizontales de las generatrices de interseccion de estos planos con los dos cilindros, y la interseccion de las correspondientes á un mismo plano será un punto de la proyeccion horizontal de la interseccion de las dos superficies.

APAREJO. Se hace independientemente el aparejo de la bajada y el de la puerta: divididas de este modo las dos bóvedas en hiladas se subdividen estas en dovelas; para la bajada se hace por medio de planos de junta normales al intradós, ó de seccion

recta: en cuanto á la puerta, su poca longitud dispensa el subdividir sus hiladas.

En la bajada se emplea el primer aparejo, es decir, se supone dividido el espesor del pie derecho por el plano vertical (7, 7): la parte interior se apareja como cañon ordinario en rampa, y la esterior, unida á la anterior por dicho plano (7, 7), como un muro recto, el cual se prolonga superiormente y es donde está abierta la puerta.

Las dovelas de la puerta se unen con las correspondientes de la bajada; con objeto de que estas piedras tengan la menor estension posible y que al mismo tiempo en cada hilada solo una piedra contenga superficies correspondientes á los dos aparejos, se suponen terminadas dichas dovelas en la parte de la bajada por planos de seccion recta que pasan por los punto donde las generatrices de la bajada cortan á los de sobrelecho de la puerta.

Para la colocacion de las dovelas en la obra es necesario verificarlo por hiladas á la misma altura de los arranques, quedando para colocar la última la clave; pero el movimiento vertical de descenso de esta, estaria impedido por la arista (12') de la contraclave; para evitar este inconveniente, en vez de la junta normal, se separan estas dos dovelas por el plano vertical (u' h'): mas como la contraclave está unida á la segunda hilada de la bajada, y la clave á la tercera, no es necesario emplear dicha junta vertical mas que en la parte de segunda hilada de la bajada, que es la que tienen en contacto dichas dovelas, pues antes de colocar las piedras sencillas de la bajada, se colocan todas las de la puerta. Así no se complica la labra de las demas dovelas de la bajada ni aparecen en el intradós mas líneas de junta que las de seccion recta y las de interseccion con los planos de lecho de la puerta.

PROYECCION DE LAS DOVELAS. Nos fijaremos en la clave y contraclave de la izquierda, que por causa del corte vertical

antes mencionado, son algo mas complicadas que las demas.

La contraclave está limitada por la plantilla de cabeza de la puerta (p' m' b' c' u' o' p'); por la seccion recta de la bajada, proyectada verticalmente en (n' r') y por todas las superficies normales á estos planos que tienen por directrices las líneas de dichas plantillas hásta su mútua interseccion.

Determinaremos primero la parte correspondiente al muro y despues la de la bajada, como si fueran independientes y no estuviesen enlazadas por el plano vertical (7, 7). La parte del muro se compone de los planos de cabeza (o γ — p' m' b' c' u' o') y (n, 30 — p' m' b' c' u' o'); del intradós (6 29, 30, γ — b' c'); del lecho (6 29, m m — b' m'); del plano horizontal inferior (m m n o — m' p'); del plano vertical (n o — p' o'); del plano horizontal superior (t u n o — o' u'); y del sobrelecho (t u 30 γ — u' c').

Para la parte correspondiente á la bajada hemos dicho que queda limitada por las intersecciones de las superficies normales al plano de cabeza de la puerta que pasan por las líneas de su plantilla con las análogas de la seccion recta de la bajada, y que estas líneas terminarán cada una de las caras de la piedra.

El intradós en su prolongacion, la primera superficie que encuentra, y por consiguiente lo limita, es el intradós de la bajada; su proyeccion es (30 c b 29 — b' c'); pero como es prolongacion del correspondiente á la parte del muro, formará todo una superficie (γ c b 6 — b' c').

El plano de lecho corta á la bóveda segun el arco de elipse (b p — b' n'); al plano de cabeza (n' r') segun la recta (p n — n'); y al plano vertical (7, 7) segun la recta (n 29 — n' b'): como todas las demas superficies producen intersecciones esteriores á estas líneas, estas limitarán el plano de lecho que es (n 29 b p — b' n'), y que como prolongacion del plano de lecho correspondiente al muro, formará todo un mismo plano en la piedra, proyectado en (m 6 b p n m — b' n').

El plano de sobrelecho (c' u') corta al intradós de la bajada

segun el arco de elipse $(c\ 13 - c'\ 13')$; al plano de sobrelecho de la bajada $(5''\ 6'')$ segun la recta $(13\ g - 13'\ u')$; al plano vertical $(t'\ u')$ que limita la bajada segun la recta $(g\ u - u')$, y al plano vertical (7, 7) segun la recta $(u\ 30 - u'\ c')$; todas las demas superficies de la bajada cortan á la que estamos considerando segun líneas esteriores á las determinadas; de consiguiente estas limitarán la superficie de sobrelecho que es, $(30\ c\ 13\ g\ u - c'\ u')$ y como es prolongacion del plano de sobrelecho correspondiente al muro, formará todo un mismo plano en la piedra, que es $(\gamma\ c\ 13\ g\ t - c'\ u')$. Las superficies cuyas directrices son las líneas $(u'\ o')$, $(o'\ p')$ y $(p'\ m')$ se terminan en el plano (7, 7).

Determinadas ya las superficies correspondientes á la puerta, pasemos á las de la bajada, que estarán limitadas por las intersecciones ya determinadas con las de la puerta.

El intradós está proyectado en $(p\ q\ 13\ c\ b\ p - n'\ b'\ c'\ 13'\ q')$; limitado por las líneas, $(p\ q - n'\ q')$ de seccion recta; $(q\ 13 - q'\ 13')$ generatriz de sobrelecho; $(13\ c - 13'\ c')$ interseccion con el sobrelecho de la puerta; $(c\ b - c'\ b')$ ariston, y $(b\ p - b'\ n')$ interseccion con el lecho de la puerta.

El plano de sobrelecho $(r\ q\ 13\ g\ h - q'\ 13'\ u'\ h'\ r')$ está limitado por las líneas $(q\ r - q'\ r')$ de seccion recta; $(q\ 13 - q'\ 13')$ generatriz de la bajada; $(13\ g - 13'\ u')$ interseccion con el sobrelecho de la puerta; $(g\ h - u'\ h')$ interseccion con el plano vertical de junta $(u\ t)$ que limita la piedra.

El trasdós $(s\ r\ h\ u - s'\ g'\ h'\ r')$ está limitado por las líneas $(s\ r - s'\ r')$ de seccion recta; $(r\ h - r'\ h')$ de interseccion con el sobrelecho de la bajada; $(h\ u - h'\ g')$ de plano de junta vertical; y $(s\ u - s'\ g')$ generatriz del arranque del trasdós de la bajada.

La parte del plano vertical (7, 7) que corresponde á la bajada tiene por proyecciones $(n\ 30 - n'\ b'\ c'\ u'\ h'\ r')$. Además limitan la bajada el plano de seccion recta $(n\ p\ q\ r\ s\ n - n'\ q'\ s'\ r')$ y el vertical $(u\ g - u'\ h')$: la plantilla de este último es la *B*, pero solo la

parte $(6''\ u''\ u''\ 7'')$ comprendida entre la generatriz mas alta, que es la que pasa por el punto (h') y el plano mas bajo, que es el que pasa por el (u'), la plantilla de seccion recta en lugar de estar limitada por la línea horizontal y la de lecho, se limita por la horizontal $(2'''\ 2''')$ que proviene de la interseccion con el plano de lecho de la puerta: por lo que no hay plano de lecho, ni inferior en rampa de la bajada, pues pasarian por encima del plano de lecho de la puerta.

Clave. La parte del muro es un prisma que tiene por base la figura $(19'\ 20'\ d'\ c'\ u'\ t')$ y comprendido entre los dos planos (31, 31) y (7, 7); la parte de la bajada comprende hasta la tercera hilada, la cual se limita por los planos de seccion recta $(13', 11')$ y $(34', 15')$: este último es prolongacion del plano de lecho de la puerta. Consideraremos como en la piedra anterior las diversas superficies que forman la dovela.

El intradós de la puerta es $(\delta\ d\ c\ \gamma - d'\ c')$. El plano de lecho de la izquierda es el de sobrelecho de la dovela anterior.

El plano de lecho de la derecha es el $(\delta\ d\ 14, 15, 16, 17, 19, 20 - d'\ 15')$, terminado por las líneas, $(\delta\ d - d')$ generatriz de intradós; $(d\ 14 - d'\ 14')$ interseccion con el intradós de la bajada, $(14,\ 15 - 14'\ 15')$ interseccion con el sobrelecho de la bajada; $(15, 16, 17 - 15'\ 16'\ 17')$ interseccion con el trasdós de la bajada; $(17, 19, - 17'\ 20')$ interseccion con el plano (7, 7), y $(19,\ 20 - 20')$ interseccion con el plano $(19'\ 20')$: los planos horizontales y verticales quedan limitados por su interseccion con el plano (7, 7). El intradós de la bajada $(10, 14,\ d\ c\ 13 - 10'\ 14'\ d'\ c'\ 13')$ está terminado por $(10, 14 - 10'\ 14')$ generatriz superior; $(14,\ d - 14',\ d')$ interseccion con el plano de lecho de la puerta; $(d\ c - d'\ c')$ ariston; $(c\ 13 - c'\ 13')$ interseccion con el plano de lecho de la puerta, y $(13, 10 - 13'\ 10')$ seccion recta. El plano de sobrelecho es $(10, 14, 15, 11 - 10'\ 14'\ 15'\ 11')$: lo forman $(10,\ 14 - 10'\ 14')$ generatriz de intradós; $(14,\ 15 - 14'\ 15')$ interseccion con el plano de lecho de la puerta, que es al mismo tiempo seccion

recta de la bajada; (15, 11—15′ 11′) generatriz de trasdós; y (11, 10—11′ 10′) de seccion recta.

El trasdós es (11, 15, 16, 17, *u h* 12—11′ 15′ 16′ 17′ *g′ h′* 12′): lo limitan las líneas (11, 15—11′ 15′) interseccion con el sobrelecho; (15, 17—15′ 17′) interseccion con el plano de lecho de la puerta; (17 *u*—17′ *g′*) generatriz de arranque del trasdós; (*u h* —*g′ h′*) interseccion con el plano de junta vertical de la segunda hilada; (*h* 12—*h′* 12′) generatriz de sobrelecho de la segunda hilada; y (12, 11—12′ 11′) seccion recta.

La parte del plano de sobrelecho de la segunda hilada (*h* 12, 13, *g*—*h′* 12′ 13′ *u′*) sirve para la union de la junta vertical de la segunda hilada y la de seccion recta de la tercera: está limitado por las líneas, (*h*, 12—*h′* 12′) generatriz de trasdós; (12, 13—12′ 13′) interseccion con la seccion recta; (13, *g* —13′ *u′*) interseccion con el sobrelecho de la puerta; y (*g h*— *u′ h′*) interseccion con el plano de junta vertical.

La parte de plano vertical (7, 7) está proyectada en (17 *u*— *c′ d′* 17′ *g′ u′ c′*).

La junta vertical está proyectada en (*g h*—*u′ h′*), y la de seccion recta en (10, 11, 12, 13—10′ 11′ 12′ 13′).

Labra de la contraclave. Se toma el prisma de proyeccion vertical figuras 14 y 15 cuyas caras son: la anterior (*a b c d e f g h i*), y la posterior (1, 2, 3, *d*, *e*, *f*, 4, 5, 6), separadas entre sí la distancia (3, 31) fig. 13: se marca el plano (7, 7) tomando la distancia (31, 7) sobre todas las aristas del prisma figuras 14 y 15.

Se aplica en la cara posterior la plantilla (1, 2, 3, 4, 5, 6) y se labran planos perpendiculares hasta su interseccion con el plano (7, 7); sobre el intradós se aplica su plantilla de desarrollo, que dará el ariston (22, 8); en el plano vertical (*c d d* 3) la parte correspondiente de la plantilla *B* fig. 13 que es (10, 11, 12, 13) figuras 14 y 15; en el plano de sobrelecho se aplica la plantilla *E* fig. 13 que es (2, 8, 9, 10, 3) figuras 14 y 15: en el plano de lecho la *D* fig. 13 que es (1, 22, 14, 18, 19, 6) figuras 14 y 15; y en el plano (*h e*, 7, 18) la plantilla *B′* fig. 13 que es (14, 15, 16, 17, 18) figuras 14 y 15. Con los arcos (14, 15) (14, 22) (22, 8) y (8, 9) se labra la superficie cilíndrica de la bajada; con las líneas (15, 16) (9, 10) y (10, 11) el plano de sobrelecho; y con los arcos (16, 17) y (11, 12) el trasdós.

Labra de la clave. Se toma el prisma de proyeccion vertical figuras 16 y 17 cuyas caras son, la anterior (*a b c d e f g h i*), y la posterior (1, 2, 3, *d*, 4, *f*, 5, 6, *i*) separadas las distancias (4, 31) fig. 13: se marca el plano (7, 7) tomando la distancia (31, 7) sobre todas las aristas del prisma figuras 16 y 17.

En la cara posterior se aplica la plantilla (1, 2, 3, 4, 5, 6), y se labran planos perpendiculares hasta su interseccion con el (7, 7); sobre el intradós se aplica la plantilla de desarrollo, que dará el ariston (23, 8); sobre el plano (2 *d d b*) la plantilla *F* figura 13, que es (2, 8, 9, 10, 11, 12, 3) figuras 16 y 17; sobre el plano (1, 6, *h*, *a*) la *E* fig. 13, que es (1, 23, 13, 14, 6) figuras 16 y 17; en el plano vertical (5, 6, *h g*) la *B* fig. 13, que es (14, 15, 16, 17) figuras 16 y 17; despues se labra el plano (*i f* 7 *i*) hasta que se pueda aplicar la plantilla *C′* fig. 13, que es (13, 20, 19, 18) figuras 16 y 17. Con el arco (20, 13) el (13, 23), el (23, 8), y el (8, 9) se labra el intradós de la bajada; con las rectas (9, 10) y (20, 19) el plano de sobrelecho correspondiente á la tercera hilada; con las (13, 18) (13, 14), y (14 15) el sobrelecho correspondiente á la segunda, el cual sirve de union á la junta vertical y á la de seccion recta; con los arcos (10, 11) (19, 18) y (15, 16) el trasdós de la bajada.

BAJADA EN BOVEDA ESFERICA.

DATOS.—La bóveda esférica, cuya seccion por el plano meridiano (4, 4, 30) fig. 18, está representada verticalmente en (15′ 16′ 17′ 18′ 19′ 20′ 21′ 23′): la directriz de la bajada (1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″ 8″ 10″) fig. 19, sobre el plano vertical (4, 33, 34), que se supone ha girado al rededor de la vertical (8—33, 34′) hasta colocarse paralelamente al vertical de proyeccion: y las proyecciones del eje de la bajada (4, 4, 30—1′ 1′). Lám. 3.

Como el radio de intradós de la bajada es igual al de la seccion producida en la esfera por el plano (4, 3, 2, 1—1′ 2′ 3′ 4′) paralelo al que contiene la fig. 19 y que pasa por el punto (4—1′) fig. 18 donde el eje de la bajada corta al plano de los arranques, resulta que el círculo (1, 2, 3, 4—1′ 2′ 3′ 4′) es la interseccion de las dos superficies de intradós.

La bóveda esférica y la bajada están trasdosadas de desigual espesor: la interseccion de su trasdós es una curva de doble curvatura que se determina encontrando la interseccion de las generatrices de la bajada con el trasdós de la bóveda. La generatriz (4, 4—5′ 5′) corta á dicha superficie en el punto (5—5′); la que pasa por el punto (14″) fig. 19, proyectada en (14, 14—14′ 14′) fig. 18, corta á la esfera en el punto (25—25′), donde la proyeccion vertical corta al círculo seccion de la esfera por el plano proyectante horizontalmente de dicha generatriz, cuyo

círculo tiene por radio la magnitud $\alpha 6$: del mismo modo se determinan los demas puntos de la curva (5, 25, 26 — 5′ 25′ 26′).

El trasdós de la bajada corta al plano horizontal superior de la bóveda esférica, segun una elipse cuya proyeccion vertical estará en la traza (q' t') de dicho plano, y la proyeccion horizontal se determinará llavando sobre las proyecciones horizontales de las diversas generatrices, los puntos donde sus proyecciones verticales respectivas encuentren á la traza de dicho plano.

Estas dos curvas, que provienen de la interseccion del trasdós de la bajada con las superficies que limitan superiormente la bóveda esférica, se cortarán en los puntos (26..... 26′) sobre el círculo de nacimiento del trasdós esférico, y en los cuales se terminarán estas curvas.

El plano superior en rampa de la bajada corta al plano superior de la bóveda esférica segun la línea (m n—m'): y su plano vertical de paramento esterior de la bajada al cilindro de la bóveda segun la vertical (p — n' p').

Aparejo. En la bóveda esférica se emplea el primer aparejo, es decir, por hiladas horizontales, y en la bajada el segundo: de manera que las dovelas que insisten sobre el ariston serán iguales á las de un cañon ordinario en rampa.

Como las dovelas que forman el ariston han de corresponder á las dos bóvedas, vamos á estudiar el modo de unir entre sí las superficies que las limitan, al mismo tiempo que determinamos sus proyecciones.

Proyecciones de las dovelas. El plano de junta correspondiente á la bóveda esférica es el (30, b a c d), que cortará á las superficies que forman la primera hilada segun una plantilla igual á la del plano meridiano (31, 30) y que se proyectará verticalmente en (a' b' c' d' e').

El plano de junta de la bajada es el vertical (4, 33), que está abatido en A'' fig. 19: teniendo presente que como correspondiente á la primera hilada, en lugar de estar limitado inferiormente por el plano en rampa que pasa por la línea ($1''$ $10''$,) se prolonga hasta el horizontal ($0''$ 33) de las hiladas del muro, que es el mismo que el de arranque de la bóveda esférica: en vista de esto las proyecciones del plano horizontal inferior de la dovela que consideramos serán (1, 1 a d p 8 — 33 a') fig. 18.

El intradós de la bajada está limitado por las generatrices que pasan por los puntos ($1''$) y ($2''$) fig. 19, y por las curvas de interseccion con el intradós esférico y el plano de junta: tiene por proyecciones (2, 2, 1, 1 — 2′ 2′ 1′ 1′) fig. 18.

El plano de sobrelecho de la bajada corta al intradós de la bóveda esférica segun el círculo proyectado en (2, z — 2′ z'), que como se vé no corta á la superficie cónica de sobrelecho, siendo por consiguiente necesario el empleo de otra superficie intermedia para unirlas: la que se escoge para esto, es el plano meridiano que pasa por el punto (2 — 2′) y por el (f — f') tomado arbitrariamente sobre el paralelo (16′ f'); este plano meridiano corta á dicha superficie cónica segun la generatriz (f g — f' g'), y al intradós esférico segun el arco de círculo máximo (2 f — 2′ f'), que se determina por puntos como está indicado. Si este plano se prolongára hasta que cortára al de sobrelecho de la bajada y demas superficies que limitan la piedra, produciria una junta elíptica en el paramento esterior de la bóveda esférica, y además tendria una estension muy considerable: para evitar estos inconvenientes se le termina en su interseccion con un nuevo plano que pasa por el punto (g — g') y por la generatriz (2, 2 — 2′ 2′), el cual tiene la ventaja de que su direccion se aproxima mas á la del plano normal á la bajada; este plano está limitado por sus intersecciones, con el anterior, proyectado en (2 g — 2′ g'), y con el horizontal superior de la bóveda esférica, cuya interseccion es (g h — g' h').

El plano de sobrelecho se termina en su interseccion (h i — h' i') con dicho plano horizontal y tiene por proyecciones

$(2\,h\,i\,11 - 2'\,h'\,i'\,9')$. El plano en rampa de la bajada se limita igualmente en su interseccion con el mismo plano horizontal: tiene por proyecciones $(11\,i\,j\,8 - 9'\,i')$.

El plano vertical de paramento esterior de la bajada corta á dicho plano horizontal segun la línea $(j\,p - i'\,j')$, y al paramento cilíndrico de la bóveda segun la vertical $(p - n'\,j')$: tendrá por proyecciones $(8\,j - 9'\,i'\,j'\,n'\,33)$.

Las superficies que corresponden al aparejo de la bóveda esférica están limitadas por sus intersecciones ya determinadas, con el plano de junta, y con las superficies correspondientes al de la bajada: sus proyecciones son: el intradós $(1, 2, f, b\,a - 1'\,2'\,f'\,b'\,a')$; la superficie cónica de sobrelecho $(b\,c\,g\,f - b'\,c'\,g'\,f')$; el plano horizontal superior $(c\,g\,h\,i\,j\,p\,d - c'\,h')$ y el paramento cilíndrico $(d\,p - e'\,d'\,j'\,n')$.

En la segunda dovela se emplean planos análogos para unir las superficies de sobrelecho: el primer plano está proyectado en $(3\,r\,s - 3'\,r'\,s')$: en cuanto al segundo, además de las líneas que lo limitaban en la dovela anterior, tiene en este caso el arco $(s\,t - s'\,t')$ de interseccion con el trásdós de la esfera: sus proyecciones son $(3\,s\,t\,q - 3'\,s'\,t'\,q')$.

El trasdós de la bajada corta al plano horizontal superior de la bóveda esférica segun el arco de elipse $(m\,u - m'\,u')$: tiene por proyecciones $(6\,u\,m\,7 - 6'\,u'\,m'\,8')$.

El plano en rampa cortará primero al paramento cilíndrico que al plano horizontal, como está representado fig. 20: podria aparejarse como está indicado de puntos; pero es preferible prolongar el plano horizontal hasta las líneas $(a\,b)$ y $(b\,c)$ de interseccion con dicho plano en rampa, y de paramento esterior de la bajada: de este modo se ha hecho en la fig. 18, teniendo por proyecciones el espresado plano en rampa $(7\,m\,n\,8 - 8'\,m')$; y el de paramento esterior $(8\,p - 8'\,m'\,p'\,j'\,i'\,9')$.

El plano horizontal superior de la bóveda esférica está proyectado en $(n\,m\,u\,q\,t\,o\,y\,p - o'\,q')$.

El trasdós esférico tiene por proyeccion $(t\,s\,v\,o - t'\,s'\,v'\,o')$.

Las demas superficies son análogas á las de la dovela anterior.

En las dovelas sucesivas para el enlace de las superficies de sobrelecho se emplean, fig. 21, el plano $(a\,b\,c)$, análogo al de las anteriores, y el $(a\,c\,d)$ que pasa por la línea $(a\,c)$ y el punto donde la generatriz superior de la bajada encuentra el trasdós esférico.

Labra. Se toma un prisma sobre la proyeccion horizontal, cuya altura sea la mayor elevacion de la dovela que se quiere labrar: este prisma está representado en la fig. 22; se aplica en el plano $(1 - 14')$ la plantilla B'' fig. 19, de la bajada, y en el $(10 - 12')$, fig. 22, la B' fig. 18, de la bóveda esférica.

Se labran los dos planos horizontales (30, 31, 32, 33, 34) y (35, 36, 37, 38) fig. 22, que pasan por los puntos mas alto y mas bajo de la plantilla B', y en estos planos se trazan los arcos que pasan por dichos puntos y que son $(c\,f)$ y $(s\,y)$.

Tomando sobre las aristas $(4 - 4')$ el punto (3) á una distancia (3, 4) igual á la $(3'\ 2')$ fig. 18, y uniendo dicho punto con el $(3')$ fig. 22 de la plantilla B'', se tendrá determinada la direccion de la generatriz de la bajada, de la que se labrará su intradós, sobre el cual se aplicará su plantilla de desarrollo, que marcará el ariston (3, 2). Con la recta $(3'\,q)$ y la $(3'\ 6')$ de dicha plantilla B'' se labrará el plano de sobrelecho, en el que se aplicará su plantilla, que dará la línea $(q - u)$ de interseccion con el plano horizontal superior de la bóveda esférica. Análogamente se labra el trasdós y plano en rampa de la bajada, sobre los que se aplican sus plantillas, que dan la curva $(u\,m)$ y la línea $(m\,n)$.

Tirando por el punto (n) la horizontal $(n\,p)$ en el plano $(14 - 13')$, y el arco de círculo horizontal $(x\,p)$ en el cilindro $(13 - 12')$. Con estas líneas y las dadas por las anteriores plantillas, se labra el plano horizontal superior de la bóveda esférica, teniendo cuidado de no labrar mas que lo necesario para

poder aplicar su plantilla (q, t, o, x, p, n, m, u). Con la recta ($q\,t$) y la (q, 3) se labra el plano (g, 3, $s\,t$), sobre el que se aplica su plantilla. Con las curvas ($t\,s$) ($t\,o$) ($o\,y$) y ($y\,s$) se labra la superficie esférica de trasdós.

Marcando sobre el paramento cilíndrico (5—10′) del prisma el arco ($l\,r$), servirá juntamente con el (y s) para labrar la superficie cónica de sobrelecho. Se traza igualmente el arco (r 3) sobre el cilindro (4, 5′), y con este y las líneas ($r\,s$) y (s, 3) se labra el plano (3 $r\,s$).

Terminada de labrar la parte superior, para verificarlo en la inferior, se principia análogamente por los planos de lecho y en rampa de la bajada, hasta aplicar sus plantillas, que dan las líneas ($h\,i$) é ($i\,j$), que con la (y d) de la plantilla B' servirán para labrar el plano horizontal inferior de la bóveda esférica sobre el cual se aplicará su plantilla ($y\,d\,g\,h\,i\,j\,n$).

Con la línea ($g\,h$) y la (h 2) se labra el plano ($h\,g$ 2). Con el arco (g d) y el ($c\,f$), trazado anteriormente, se labra la superficie cónica de lecho ($g\,d\,c\,f$), sobre la que se traza la generatriz (g f), que con la línea (g 2) sirve para labrar el plano que pasa por ellas y sobre el cual se aplica su plantilla, que marca el arco (2 f).

Trazados ya todos los arcos que limitan el intradós esférico, será fácil labrarla.

Falta únicamente por labrar la parte de plano vertical (n, j, 10) del que tenemos ya las tres líneas que lo limitan.

En cuanto los paramentos esteriores, no se ha hecho mencion de ellos por pertenecer á las caras del prisma que se ha tomado y haber sido limitados al labrar los planos horizontales y en rampa de las bóvedas.

PUENTES OBLICUOS.

Como el trazado de los caminos de hierro es preciso sujetarlo á ciertas pendientes y curvas determinadas, sucede con frecuencia el que crucen oblícuamente á los rios, canales ó caminos existentes, y como es imposible variar la direccion de estos, y generalmente modificar el trazado de aquel, porque podria suceder que se aumentara el gasto total del camino, los puentes que en este caso es preciso construir se denominan oblícuos, en razon á cortarse oblícuamente el eje de este y el del rio ó camino inferior. Del modo de aparejar esta clase de puentes es de lo que nos vamos á ocupar.

El intradós de esta clase de bóvedas es una superficie cilíndrica circular ó elíptica.

Si empleamos el aparejo de los cañones seguidos, como está indicado en la figura 10 (1), empleando para superficies de junta Lám. 68. los planos de seccion recta encontrarán á los de cabeza del puente segun ángulos agudos, y además algunas dovelas como las z no podrian sostenerse. Estos inconvenientes pueden evitarse, empleando para superficies de junta planos paralelos á los de cabeza, como está indicado en la figura 11; pero entonces

(1) Las citas de las figuras se refieren á la quinta edicion de la obra de Mr. Adhemar, de donde están extractadas estas lecciones.

los cuadriláteros de intradós tendrán dos de sus ángulos agudos.

Pero tanto en el primer caso como en el segundo no es el principal inconveniente el de los ángulos agudos que tienen las dovelas: siendo en ambos aparejos las superficies de lecho planos normales, como se ve en la proyeccion vertical (fig. 8) las fuerzas que actuen sobre estos lechos debidas al peso de la bóveda y al de las cargas que tenga que soportar, se descompondrán paralela y normalmente á dichos planos: la primera dará la tendencia al resbalamiento que tendrán las dovelas, y la segunda el esfuerzo que actuará sobre los estribos; la direccion de estos esfuerzos, siendo perpendicular al eje del cilindro, no necesitamos calcular su intensidad para comprender que la resultante de todos ellos tendrá tambien su direccion perpendicular al eje del cilindro, y que por consiguiente será oblicua á los estribos; por lo cual, además de no estar estos en las mejores condiciones para contrarestar dichos esfuerzos, será imposible evitar la destruccion de los ángulos agudos que tienen estos estribos. Este empuje oblicuo á la direccion del camino y que no puede ser destruido por los estribos, se denomina empuje al vacío.

Con objeto de evitar este inconveniente se ha hecho en el aparejo de los pasos oblicuos figuras 2 y 3, que las superficies de lecho, en vez de pasar por el eje del cilindro, pasen por la línea *d o—o'* tirada por el centro *o* de la bóveda perpendicularmente á la longitud del macizo, en el cual se quiere abrir el paso: de esta manera las componentes normales que provengan de las presiones trasmitidas por las dovelas sobre sus lechos, serán perpendiculares á la recta *d o* y paralelas por consecuencia á la direccion *A B*, segun la cual el macizo presenta el máximo de resistencia.

En este aparejo las aristas de intradós correspondientes á los planos de lecho son arcos de elipse; se ha tratado de evitar esto y sustituir á estas juntas curvas, líneas rectas, empleando

(figuras 14 y 15) para intradós de la bóveda, en vez de una superficie cilíndrica, una gaucha, cuyas tres directrices sean los arcos de cabeza *a c—m n'* y la línea *d o—o'*: de esta manera la interseccion de los planos de lecho serán generatrices, y por consiguiente líneas rectas. No haremos ninguna consideracion sobre la conveniencia de esta modificacion para la facilidad en la labra de las dovelas, porque tanto un aparejo como otro tienen los inconvenientes siguientes: 1.º, las juntas de cabeza forman ángulos muy agudos con los arcos de frente; y 2.º, las superficies de lecho no son normales al intradós, siendo tanto mas agudos estos ángulos cuanto es mayor la longitud ú oblicuidad del puente; y aunque este último defecto podria evitarse empleando superficies normales para superficies de lecho, entonces no quedaba destruido el empuje al vacío, que es lo que se habia tratado de conseguir por estos aparejos.

Lo que llevamos dicho basta para hacer ver que en los problemas de corte de piedras, no puede en general evitarse un inconveniente sinó creando otro, y que es preciso elegir en cada caso particular la disposicion que ofrezca menos inconvenientes.

Las condiciones á que en general debe satisfacer el aparejo de una bóveda pueden clasificarse en tres clases distintas: 1.ª, condiciones geométricas; 2.ª, condiciones mecánicas; 3.ª, condiciones prácticas.

Las primeras condiciones exigen evitar á toda costa los ángulos agudos, resultando de esto algunas veces, para aristas de intradós, curvas de doble curvatura, y para superficies de lecho y junta, superficies gauchas, difíciles de labrar y cuyas inclinaciones en sentido contrario producen movimientos de rotacion y empujes al vacío, ambos peligrosos.

Si por el contrario se quiere satisfacer á las condiciones mecánicas, y se hace el estudio teórico de la estabilidad de la bóveda, puede resultar un aparejo en que sea necesario aceptar los ángulos agudos, los cuales debemos advertir que son tanto

menos peligrosos, cuanto menores son las presiones que actuen sobre ellos.

En fin, la práctica puede indicar en algunos casos la conveniencia de sustituir á las superficies indicadas por la teoría, otras que se les aproximen tanto como sea posible, y cuya sencillez geométrica permita obtener en la labra y en el asiento una precision que reemplace con ventaja á la exactitud teórica, cuando esta es difícil de obtener en la ejecucion.

Así, en el estudio de los diversos aparejos que se pueden emplear en los puentes oblícuos, procuraremos: 1.º, satisfacer á las condiciones geométricas; 2.º, estudiar la estabilidad de la construccion, y hacer las modificaciones convenientes para satisfacerla; y 3.º, considerar las superficies que forman las dovelas y ver si algunas de ellas se pueden sustituir por otras mas sencillas, sin perjudicar á las dos condiciones anteriores.

APAREJO OCTOGONAL.

Al examinar el primer aparejo indicado anteriormente, hemos visto los inconvenientes de emplear las generatrices para aristas longitudinales de intradós, y las secciones rectas para superficies de junta; por lo que se ideó el segundo, que evita este último sin modificar los que además tenia, y creando otros nuevos.

El aparejo octogonal adoptando para aristas trasversales las curvas producidas por planos paralelos á los de cabeza, como en dicho segundo aparejo, sustituye á las generatrices que servian de aristas longitudinales, curvas que cumplan mejor las condiciones que exige un buen aparejo.

Adoptado el sistema de aristas trasversales y hecha la division en dovelas en uno de los arcos de cabeza, si suponemos que estos puntos de division se ponen en movimiento sobre la

superficie cilíndrica, de manera que la curva descripta por ellos corte á ángulo recto á las aristas del primer sistema, se obtendrá un segundo sistema de aristas, que con el primero llenará las condiciones que se requieren en las aristas de intradós, pues quedará dividida la superficie en cuadriláteros cuyos ángulos serán rectos.

Las curvas que forman este segundo sistema de aristas se llaman trayectorias. Para su construccion tomaremos un plano vertical de proyeccion paralelo al de las cabezas, pues de esta manera, los ángulos que forman las tangentes á los diferentes círculos paralelos á los de cabeza con las de la trayectoria, tiradas unas y otras por los puntos de interseccion de esta con aquellos, serán rectos, lo mismo que lo son en el espacio.

Supongamos (fig. 1) un cilindro horizontal inclinado con re- Lám. 81.
lacion al plano vertical de proyeccion, y que las secciones paralelas á las cabezas sean los círculos cuyos centros están en los puntos 0, 1, 2, 3, etc. y que tratamos de construir la trayectoria que pasa por el punto *a*.

Trazaremos los radios *a o*, *c* 1, *e* 2, *u* 3, etc. que por sus intersecciones darán las curvas *a c e u* etc.: resulta de esta construccion, que el primer elemento *a e* será normal al primer círculo, el segundo *c e* al segundo, y así sucesivamente; pero el primer elemento no debe ser solo normal al primer círculo, sinó una curva normal al primero y al segundo, de manera que el punto *c* está mas bajo de lo que debia: iguales consideraciones podemos hacer en los demas elementos de la curva trazada, y deduciremos que el error cometido en cada punto es cada vez mayor.

Si trazamos la trayectoria por la interseccion de los radios *a* 1, *c'* 2, *e'* 3, etc., nos resultaria la curva *a e' e' u'*, en la cual, el primer elemento seria una recta normal al segundo círculo, el segundo elemento otra recta normal al tercero, y así sucesivamente: baciendo iguales consideraciones á las anteriores deduciríamos, que la posicion de estos puntos tampoco es

exacta, que están mas altos que lo que debian, y que este error va tambien aumentando. Estas dos curvas así determinadas son por consiguiente los límites de la verdadera trayectoria: de manera que, si trazamos una curva que pase por los puntos medios de los arcos $c\,c'$, $c\,e'$, $u\,u'$ podemos considerarla como la trayectoria, con la suficiente exactitud que se exige en las monteas.

Así, para trazar dicha curva, marcaremos los puntos 6, 7, 8, medios de las distancias 0-1, 1-2, 2-3, y trazaremos las rectas a 6, c'' 7, e'' 8, etc. Es evidente que cuanto mas próximos estén los círculos paralelos, la construccion será mas exacta; si aun se quisiera mayor exactitud puede recurrirse á la ecuacion de la curva dada por Mr. Lefort.

En vista de las operaciones por medio de las cuales hemos obtenido la trayectoria, resulta: 1.°, que todas son iguales; de manera que habiendo obtenido una de ellas $a\,x$ fig. 5, bastará para obtener la $a'\,x'$ hacer avanzar cada punto una cantidad $a\,a'$: y 2.°, que si se quiere tirar una tangente en un punto e á estas curvas, bastará prolongar el radio de la semicircunferencia que pasa por este punto

Determinadas las aristas de intradós del aparejo, pasemos á la construccion de las superficies de lecho y junta, las cuales para que no formen ángulos agudos con el intradós, deberán ser superficies normales que tengan por directrices las trayectorias y los círculos paralelos á las cabezas.

Las generatrices de estas superficies son las normales al cilindro de intradós, y observando que las proyecciones de estas normales han de ser, las horizontales, perpendiculares al eje de dicho cilindro; y las verticales, los radios de los círculos paralelos á las cabezas que pasan por los puntos donde se quieren tirar: resulta que la generatriz que pasa por el punto $u, u,$ figuras 5 y 6, tendrá por proyeccion horizontal $u\,n$ fig. 6 perpendicular á $a\,m$; á quien seria paralela la traza horizontal del plano tangente; y por proyeccion vertical $u\,n$ fig. 5, radio del círculo $c\,u\,o$, pues siendo este paralelo al plano vertical de proyeccion, y debiendo el plano tangente al cilindro contener las tangentes á todas las curvas que pasan por el punto de contacto, la traza vertical del plano tangente será paralela á la tangente á dicho círculo en el punto u, y por consiguiente la normal al cilindro tendrá por proyeccion el radio.

Para determinar la interseccion de estas superficies normales con el trasdós de la bóveda, construiremos la seccion recta fig. 7, determinaremos en ella las proyecciones de las normales, observando que los puntos que están sobre una misma generatriz del cilindro como $u\,u'$ figura 6, deben tener una misma proyeccion vertical $u''\,n''$ fig. 7: los puntos donde estas normales cortan á la seccion recta del trasdós, llevados sobre las proyecciones horizontales de las normales correspondientes, nos darán los puntos de la curva de interseccion en proyeccion horizontal; de la que se deducirá de un modo análogo la proyeccion vertical fig. 5.

Satisfechas por este aparejo las condiciones geométricas, pasemos á estudiar la estabilidad de la construccion.

Consideraremos primero las superficies formadas por las cabezas de las dovelas, es decir, las superficies de junta: los esfuerzos que actuan sobre cada superficie, hemos dicho anteriormente que se deben descomponer paralela y normalmente á ella: no nos detendremos en los primeros, que producen la tendencia al resbalamiento, porque lo suponemos evitado por la divergencia de las superficies de lecho y sobrelecho de cada dovela, aunque en las próximas á los ángulos obtusos de los arcos de cabeza no lo está por completo: en cuanto á las componentes normales á estas mismas superficies, observando la diversa y simétrica inclinacion que tienen todas las de un lado del eje, con respecto á las del otro, la suma de los esfuerzos que se ejerzan sobre todas las cabezas darán dos resultantes iguales paralelas y en sentido contrario, cuyo efecto será hacer girar la bóveda alrededor de la vertical del punto a. Estos in-

convenientes se evitan completamente, sustituyendo á las juntas normales, planos verticales paralelos á los de cabeza del puente: de esta manera, como todos los esfuerzos son verticales, no se verifica accion alguna sobre las superficies de junta, y aunque los ángulos que forman estas con el intradós no son rectos, hemos de tener presente que es mas fuerte una arista aunque sea aguda que no está sometida á ningun esfuerzo, y que además está resguardada por el contacto con otra dovela, que otra que aunque forme ángulo recto esté sometida á una cierta carga.

En cuanto á las superficies de sobrelecho, las componentes normales de las fuerzas que actuan sobre ellas, tendrán una direccion variable, dependiente de la de estas superficies, cuya direccion, así como la intensidad, dependerá de la oblicuidad del puente y del mayor ó menor peso que soporte la bóveda, por lo cual resultará empuje al vacío.

Para evitar este inconveniente, que como hemos dicho es el mas grave que puede tener una construccion, observaremos, que segun el sistema que se ha empleado para obtener las trayectorias, las proyecciones verticales de las normales al intradós, que como sabemos son los radios de los círculos paralelos á las cabezas, son las mismas líneas que nos han dado los elementos de estas trayectorias: así las proyecciones verticales de las normales á la bóveda son tangentes á la trayectoria; por consiguiente, el cilindro proyectante de esta curva, será tangente á la superficie gaucha normal, en toda la estension de esta trayectoria.

Estas dos superficies difieren muy poco en los límites del espesor de la bóveda, y como las normales á esta superficie cilíndrica son paralelas al plano vertical de proyeccion, y por consiguiente á las cabezas del puente, si en lugar de la superficie gaucha engendrada por estas normales, empleamos para superficie de lecho dicha superficie cilíndrica, habremos evitado completamente el empuje al vacío, y simplificado la labra de las dovelas.

En consecuencia de todo lo dicho, las líneas y superficies que constituyen este aparejo, son: líneas de junta longitudinales; las trayectorias, es decir, curvas que corten normalmente á las curvas paralelas á las cabezas del puente; líneas de junta trasversales, dichas curvas paralelas á los planos de cabeza; superficies de lecho; cilindros horizontales perpendiculares á los planos de cabeza cuyas directrices sean las trayectorias; superficies de junta; los planos paralelos á los de cabeza.

A este aparejo se le puede achacar el inconveniente de los ángulos agudos que los planos de junta forman con el intradós, y aunque así se evita otro inconveniente mayor, si observamos que dichos ángulos son rectos en la clave, y van aumentando hasta los arranques donde son iguales al de la oblicuidad del puente, se puede atenuar dicho inconveniente, hasta el límite que se quiera, sustituyendo un arco escarzano en vez del de medio punto para arco de cabeza. En este caso, las trayectorias que antes tenian por asintotas las generatrices de los arranques, cortarán ahora á estas segun ángulos agudos, como se ve figuras 9 y 7: para evitar que las dovelas de los arranques **Lám. 85.**
puedan romperse por esta causa, se interpone entre la hilada que forma la imposta de los pilares y la bóveda una hilada de menor altura, y se enlazan las piedras de esta con las de la bóveda: segun las dimensiones de unas y otras, puede suceder que cada piedra del muro se enlace con dos de la bóveda, como en A, ó con tres como en A' en la proximidad á los ángulos agudos donde las hiladas de la bóveda son mas estrechas.

Otro inconveniente que tiene este aparejo es, la gran diferencia que hay en la anchura de las dovelas de cabeza. Para evitarlo, se hace la division en hiladas en los arcos de cabeza al mismo tiempo que en el central, y por todos los puntos de division se hacen pasar trayectorias, empleando las que parten de los arcos de cabeza solo para estas dovelas y para todo el resto de la bóveda las que pasan por los puntos de division del arco central: esto origina corchetes al enlazar unas trayecto-

rias con otras, cuyo enlace se puede efectuar como está indicado en la fig. 4; pero como de este modo las dovelas de enlace tendrian partes muy delgadas, estarian espuestas á romperse, y aunque esto se puede evitar formándolas dobles, como está en la fig. 13, es preferible emplear el sistema de dovelas de enlace R K, indicado en la fig. 9.

Tambien se ha propuesto hacer la division solo en los arcos de cabeza, por cuyos puntos pasan las trayectorias que se enlazan las que parten de un arco con las del opuesto, modificando su trazado hácia el centro de la bóveda, ó bien terminándolas en una cadena de piedra situada en el centro de la bóveda; pero á estos medios es preferible el último indicado anteriormente.

Conocido ya el aparejo, vamos á considerar un caso particular para ver el medio de ejecutar la montea y labrar las dovelas.

Sean figuras 9 y 7 las proyecciones del puente, cuyos datos son los estribos, y el arco de cabeza $M_1 M_1$.

En la proyeccion horizontal solo se ha espresado la mitad de la longitud del puente; pero se puede completar fácilmente, repitiendo la figura y colocándola de manera que coincida la línea $M_5 M_5$, y que la línea $M_5 M_1$ de la derecha quede en prolongacion de la $M_5 M_1$ de la izquierda.

Para ejecutar la montea, se cortará la bóveda por una série de planos paralelos á los de cabeza que producirán círculos iguales á los de estas, y cuyas proyecciones se determinarán: en la figura están indicados los $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$, cuyos centros tienen por proyeccion horizontal los puntos $C_1\ c_2\ c_3\ c_4\ c_5$, donde las trazas de los planos cortan al eje $C_1 E$; y por proyeccion vertical las proyecciones de estos puntos sobre la línea 22 que contiene el centro C' del arco de cabeza.

Se construirá la proyeccion vertical de una trayectoria $O' G'$ desde el vértice del arco hasta que corte á los arranques: se cortará por ella una plantilla que servirá para trazar todas las

que sean necesarias. Se hace la division en dovelas de los arcos de cabeza y del central P_5, y por todos los puntos de division se hacen pasar las trayectorias. Las proyecciones horizontales de estas, se determinan proyectando los puntos donde las proyecciones verticales de dichas trayectorias cortan á las de los círculos causados por los planos $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$, sobre las trazas de estos planos; ó bien por medio de una plantilla, pues todas ellas son iguales.

Determinadas las proyecciones horizontales y verticales de las trayectorias, se hará el estudio de las juntas para la division en dovelas, tanto en las cabezas y centro, como en las que hemos denominado de enlace.

Las superficies cilíndricas de lecho se proyectarán verticalmente en sus secciones rectas, que son las mismas trayectorias, las cuales se prolongarán hasta que corten á las hiladas horizontales del paramento esterior de las pilas; pero como dichas trayectorias tienen su punto mas alto en el de retroceso, el cual existe sobre la horizontal O', si las hiladas del muro son mas elevadas, será preciso prolongar las curvas segun la direccion de su última tangente que es la vertical, como sucede desde la quinta hilada en adelante.

Es conveniente para la buena colocacion de las dovelas trazar las trayectorias sobre la cimbra, para lo cual es necesario hacer el desarrollo de la superficie de intradós; pero así como para las proyecciones, es tambien suficiente desarrollar una sola trayectoria.

Para la labra de las dovelas es necesario las plantillas de desarrollo de las superficies de junta figuras 5, 6, 15 y 16. Para obtener una cualquiera de ellas, por ejemplo el de la superficie cilíndrica que pasa por el número 24 del arco $M_5\ C'\ M_5$ figura 7, en la cual la trayectoria de este punto coincide por casualidad con la del 29 del arco de cabeza, y forman las dos superficies una solo, se trazará, figura 6, una recta K paralela al plano P_1 de cabeza, sobre la cual se rectificará la curva 29, 24

marcando los puntos m_1 m_2 m_3 m_4, que resultan de su interseccion con los círculos producidos por los planos P_1 P_2 P_3 P_4: por estos puntos se tirarán perpendiculares á la recta K, y donde corten á los planos P_1 P_2...., determinarán los puntos de la curva m_1 m_2 m_3 m_4, fig. 5, de la arista número 24 desarrollada.

Para obtener el desarrollo de la curva de trasdós n_1 n_5 fig. 5, se procederá análogamente; pero es preciso determinar antes los arcos de círculo N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 fig. 7, segun los cuales los planos P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 cortan á la superficie cilíndrica del trasdós. Se observará que los cilindros de intradós y trasdós no son concéntricos, sinó que estos últimos tienen sus centros sobre la horizontal X mas baja que la ZZ, lo cual, además de ser conveniente en los cañones de seccion recta circular, es indispensable en los que es elíptica, para evitar el que tengan mayor espesor en la clave, como sucederia si fueran semejantes las elipses de intradós y trasdós.

Labra.—Dovelas de cabeza. Supongamos que sea la marcada con la letra T (figuras 1, 7 y 9): se tomará el paralelepípedo que tiene por base $a\,c\,u\,v$ fig. 7 que contiene la proyeccion vertical de la dovela, y por longitud la de la proyeccion horizontal: se labrarán las partes planas $z\,8'$—$x\,9'$; las superficies cilíndricas $8'\,8^{IV}$—$9'\,9^{IV}$ figuras 7 y 1, sobre las cuales se aplicarán sus plantillas fig. 6, y estas y las de cabeza determinarán el contorno de intradós, que se podrá labrar.

Dovela interior. Supongamos sea la V figuras 7 y 9, que para completar su proyeccion será preciso trazar los arcos N_3 N_4 interseccion del trasdós por los planos P_3 P_4: se prepara la piedra sobre la proyeccion vertical $8'\,9'$—$9^{IV}\,8^{IV}$ fig. 7, despues se aplicará la plantilla $8''\,9''$—$9^{IV}\,8^{IV}$ sobre la cara vertical $8''\,9''$ figs. 9 y 3, y la $8'\,9'$—$9'''\,8'''$ sobre la cara $8'\,9'$: se labrarán las superficies cilíndricas de lecho y sobrelecho, sobre las cuales se aplicarán sus plantillas de desarrollo números 8 y 9 fig. 5, y tendremos juntamente con las plantillas de cabeza, las curvas que limitan el intradós y trasdós.

Dovela de enlace. Sea, por ejemplo, la R, cuya proyeccion vertical terminaremos por medio de los arcos $5'''\,6'''$, $1^{IV}\,6^{IV}$ y $1'''\,2'''$, segun los cuales los planos P_6 P_7 P_3 que pasan por las aristas de intradós $5'\,6'$, $1''\,6''$, $1, 2'$ cortan al trasdós: tomando el paralelepípedo que contenga la piedra análogamente á los casos anteriores, se aplicará la plantilla $5'\,6'$, $6'''\,5'''$ fig. 7 sobre el plano que contenga la arista $5'\,6'$ fig. 9, y la $1, 2'\,2'''\,1'''$ fig. 7 sobre el de la arista $1, 2'$ fig. 9; se labrarán las cuatro superficies cilíndricas de lecho y sobrelecho, sobre las cuales se aplicarán las plantillas correspondientes figuras 5 y 6 que determinarán el contorno de intradós y trasdós.

Hasta ahora hemos supuesto que los arcos de cabeza eran circulares; pero si esto no sucediera, se complicaria algo el trazado de la trayectoria por no pasar las normales por el centro de los círculos: el método que se emplea es el mismo, sin mas diferencia que las normales las tendremos que obtener por el método que sea mas sencillo segun la clase de curva que forme el arco de cabeza: si como sucede mas frecuentemente fueran elipses, se obtendria dividiendo en dos partes iguales el ángulo formado por los radios vectores; ó lo que es mas sencillo aun, tirando tangentes á su evoluta, pues construida esta para una seccion es la misma para las demas, y no hay mas que correrla horizontalmente.

Si el cañon tuviera mucha longitud, se podria adoptar el partido indicado en las figuras 7 y 8: el aparejo de la parte central es el de los cañones ordinarios, y para el de la de los estremos, se toman para aristas trasversales las secciones de la bóveda por planos que contengan las verticales C C'; pero en este caso las trayectorias no son iguales, de manera que hay que construir todas ellas. Lám. 83.

Para trazarla en este caso, se toma fig. 12 por plano verti-

cal de proyeccion el de la seccion recta, que lo suponemos circular: las tangentes á las elipses producidas por los planos verticales que pasan por el punto C, tendrán sus proyecciones horizontales en las trazas de los planos, y las verticales serán tangentes á la traza del cilindro: el plano normal á estas secciones elípticas será muy fácil de determinar: buscando en seguida la interseccion de este plano con la seccion producida por el plano vertical inmediato, dará un elemento de la trayectoria. Así, si suponemos que tratamos de determinar la trayectoria que pasa por el punto a, la tangente se proyectará en $a\,t$, $a\,t$, figuras 15 y 12; el plano normal á la seccion $C\,t$ tendrá por trazas $(u\,n,\ n\,a)$, el cual corta á la seccion $C\,t'$ en el punto a' a'; y por consiguiente $a\,a'$ será el primer elemento de la trayectoria. Análogamente para determinar el segundo, se tirará la tangente $a'\,t'$, $a'\,t'$: como el plano normal ha de ser perpendicular á esta recta, tiraremos por el punto a' a' las rectas $a'\,n'$, $a'\,n'$ proyecciones de una paralela al plano vertical de proyeccion contenida en el plano normal, y por la traza horizontal n' tiraremos $p'\,q'$, que será la traza horizontal del plano normal: para determinar la interseccion de este con el $C\,t''$, trazaremos en el primero la horizontal que pasa por a', cuyas proyecciones son $a'\,u'$, $a'\,u'$, la cual corta al plano $C\,t''$ en el punto u', u', que unido con el s', s', donde se cortan las trazas horizontales de los dos planos, dará la recta $u'\,s'$, $u'\,s'$ para la interseccion de dichos planos: por consiguiente, el punto a'', donde esta recta corta al intradós, unida con el a', será el segundo elemento de la trayectoria: del mismo modo se determinarán todos los demas.

Para trazar las trayectorias en el desarrollo, tendremos presente que las tangentes á las curvas en el espacio lo son tambien en el desarrollo: por consiguiente, si tenemos, fig. 17, hecho el desarrollo de intradós y marcado en él el de las diversas secciones elípticas, por medio de las sinusóides $c'\,t'$, $c''\,t''$, $c'''\,t'''$: el primer elemento estará dado desde

luego por la recta $a\,a'$: para el segundo se tirará la tangente $a'\,t'$, la cual sabemos que debe ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo $a'\,t'\,m'$, cuyos catetos, el $a'\,m'$ es la proyeccion vertical $a'\,t'$, fig. 12, y el otro igual á la diferencia de distancia al plano vertical de proyeccion de los puntos a' y t', dada por $t'\,m'$, fig. 15: construida la tangente $a'\,t'$, se tirará la perpendicular $a'\,a''$, que será el segundo elemento que buscamos: análogamente se determinarán los demas. Los puntos t' t'' t''' pueden tomarse sobre la evolvente del círculo para que en el desarrollo estén en línea recta.

Tambien se pueden obtener los puntos de la trayectoria en el desarrollo, marcando en el de la seccion recta los a a' a'' de la fig. 12 y tirando por ellos perpendiculares hasta que corten á las sinusóides correspondientes $c\,o$, $c'\,1$, $c''\,2$, fig. 17.

Si el puente se construyera con sillarejos y solo de sillería los arcos de cabeza, en razon á la poca longitud de estos, y á que la normal al círculo es tangente á la trayectoria, se pueden sustituir las superficies cilíndricas de lecho por planos que pasen por estas normales y sean perpendiculares al plano de cabeza; este sistema de aparejo es uno de los que consideramos al principio, y que tambien evitaba el empuje al vacío.

Para construir la parte de sillarejos, se tenderá sobre el enlatado de la cimbra una capa de yeso, en la cual se trazarán las trayectorias, para lo cual se construirá el desarrollo de una de ellas, desde la generatriz mas elevada hasta la de los arranques, la cual nos servirá para trazar todas, marcando los puntos de interseccion con las generatrices y corriéndola sobre la cimbra. La corta longitud de los sillarejos permite suponer paralelas las partes de trayectoria que limitan cada uno de ellos; pero hay necesidad de marcar el número é hilada á que corresponden, por la diversidad de anchura que hay en estas.

APAREJO HELIZOIDAL.

El inconveniente de no tener la misma anchura las hiladas en el aparejo octogonal, hace que sea imposible su aplicacion á las construcciones de ladrillo, para las cuales se ha aplicado el denominado helizoidal, el cual se ha tratado de generalizar á las construcciones de sillería.

Lám. 68. Sea fig. 26 el desarrollo de intradós del puente proyectado figuras 25 y 24: si sobre este desarrollo se trazan una série de líneas paralelas, cuando se adapten á la superficie cilíndrica de intradós formarán hélices próximamente paralelas, y si se tiene la precaucion de separarlas en la fig. 26 una cantidad igual al espesor de los materiales de que se quiere construir la bóveda, es evidente que se habrá simplificado considerablemente la construccion.

Siendo hélices las aristas longitudinales y trasversales, las superficies de lecho y junta para que sean normales al intradós deberán ser helizoides gauchos.

Para ejecutar la montea se procederá del modo siguiente: Sea $a\ c\ n\ m$ fig. 24 el paralelógramo que se quiere cubrir por un cañon cuya seccion recta fig. 25 es el semicírculo 0, 4, 8: se hará el desarrollo de intradós fig. 26 para lo cual se devidirá el arco 0, 4, 8, fig. 25, en partes iguales que se rectificarán sobre la línea 0, 1, 2, 3... de la fig. 26: tirando por los puntos 0, 7, 2.... líneas perpendiculares á la $o\ c''$, serán la posicion de las generatrices que pasan por los mismos puntos de la fig. 25, de las que se determinarán sus proyecciones horizontales fig. 24: los puntos donde estas cortan á los planos de cabeza ac-mn llevados sobre las generatrices correspondientes fig. 26, determinarán las dos sinusoides $a''\ r''\ u\ c''$ — $m''\ e''\ s''\ n''$ desarrollo de las elipses de cabeza.

Las dos cuerdas $a''\ c''$ — $m''\ n''$ de dichas sinusóides se dividirán en tantas partes iguales como dovelas deben tener las cabezas, que suponemos 19: por uno de estos puntos, a'' por ejemplo, se levantará una perpendicular á la cuerda $a''\ c''$, y si esta perpendicular no pasa por uno de los puntos de division de la cuerda opuesta, se la desviará á derecha ó izquierda para que pase por el mas próximo; por los demas puntos se tirarán paralelas á esta línea, las cuales pasarán por los puntos de division de la cuerda opuesta, y que serán los desarrollos de las aristas longitudinales.

De esta manera, la anchura de las dovelas de cabeza no será la misma, pues las longitudes de sinusóide interceptadas por las hélices en el desarrollo no son iguales; pero si se quiere conseguir esta igualdad, que apenas es aparente, será preciso hacer la division en las sinusóides, en cuyo caso las hélices no serian paralelas, y no podria emplearse en la construccion materiales de un mismo espesor.

Trazadas las aristas longitudinales, para las trasversales observaremos, que las sinusóides de cabeza no cortan perpendicularmente á todas las aristas, y que, por consiguiente, si empleáramos para aristas trasversales las producidas por planos paralelos á las cabezas, se repitiria este defecto en todas las dovelas; para evitarlo en las juntas interiores, basta reemplazar á la parte de curva paralela á las cabezas, una recta $k\ h$, perpendicular á la direccion de las aristas longitudinales: de manera que las juntas trasversales, esceptuando las producidas por los planos de cabeza, se trasformarán en hélices sobre el cilindro y en el desarrollo cada dovela será un rentángulo, tal como $b\ d\ h\ k$.

La hilada de los arranques está formada por una série de piedras C—C—C fig. 22, llamadas cojinetes, para evitar los ángulos agudos que las hiladas de la bóveda formarian con el plano horizontal superior de la pila.

Como la mano de obra se disminuiria considerablemente si

todas las dovelas tuvieran la misma longitud, debe procurarse el conseguirlo al hacer el trazado de las aristas trasversales, para lo cual se empezará por determinar las colas de las dovelas de cabeza, de manera que se obtenga un buen enlace entre las hiladas: se dividirá en partes iguales la hilada central $B D$ segun las dimensiones de las piedras de que se puede disponer; se llevará esta magnitud sobre las hiladas desarrolladas, partiendo de la cabeza $a'' c''$ para la parte $c'' r'' s'' n''$, y de la $m'' n''$ para $m'' s'' r'' a''$; se aumentará ó disminuirá un poco la longitud de las dovelas de cabeza, ó se colocarán algunas piedras de menor longitud, como las indicadas con una tinta mas fuerte en la figura, y se conseguirá así el que todas las intermedias sean iguales.

Trazado el aparejo en el desarrollo fig. 26, para obtener las proyecciones de las aristas de intradós, no tendremos mas que llevar los puntos donde estas aristas fig. 26, cortan á las generatrices del cilindro á las proyecciones horizontales de estas y estos puntos proyectarlos sobre las proyecciones verticales de dichas generatrices; obtendremos así las proyecciones horizontales y verticales de todas las hélices. Análogamente á lo que hicimos en el aparejo octogonal debe observarse, que siendo en ambas proyecciones iguales todas las hélices, será suficiente determinar con exactitud las proyecciones de una de ellas $a H - a' H'$, cortar por ellas dos plantillas, en las que se marcarán los puntos de interseccion con las generatrices del cilindro, y que nos servirán para trazar todas, teniendo cuidado de que estos puntos insistan sobre las generatrices correspondientes.

En seguida se trazarán las semi-elipses $m' n' - a' q'$ fig. 25 que forman los arcos de cabeza, cuyos semiejes son $m' n' = m n$ y $1' 4 = 0, 4$ fig. 25; debiendo comprobar despues si los puntos donde estas curvas cortan á las generatrices del cilindro, están á la misma altura en las figuras 25 y 23. Las líneas de junta sobre estos planos de cabeza serán producidas por las inter-

secciones con las superficies de lecho, las cuales ya hemos dicho que son helizóides gauchos normales al intradós, cuyas directrices son las aristas de intradós: estas intersecciones son curvas; pero, como despues veremos, se pueden sustituir en la práctica por líneas rectas.

Para obtener estas curvas se trazarán en la proyeccion Lám. 69. horizontal fig. 9, las proyecciones horizontales de las generatrices de las superficies normales, las cuales serán perpendiculares al eje del cilindro, y en la fig. 11 las proyecciones verticales de estas mismas generatrices, las cuales pasarán por el punto O': se verá donde cada una de ellas corta al plano vertical P, y uniendo los puntos correspondientes á una misma superficie, las curvas que resulten serán las que buscamos, representadas en la fig. 11. En la figura está indicada la construccion para obtener la curva $5' n' r'$, producida por la superficie que tiene por directriz la hélice $B n G$. Tomando sobre la fig. 11 la altura de los diversos puntos y llevándolos fig. 7 sobre las perpendiculares levantadas desde las respectivas proyecciones horizontales, como se vé en los puntos $v'' - 5''$, obtendremos estas curvas en el plano de cabeza.

Podian tambien haberse determinado dichas curvas directamente sobre este plano, proyectando en él las generatrices de la superficie gaucha; pero es mas sencillo el medio indicado anteriormente.

Estas curvas tienen la propiedad de que las tangentes tiradas á ellas por los puntos donde cortan á la elipse de cabeza, concurren todas á un punto, que por esta razon se le denomina foco.

Para demostrarlo recordaremos, que para obtener la tangente á una curva que proviene de la interseccion de una superficie con un plano, es preciso tirar el plano tangente á la superficie, y determinar su interseccion con el plano que ha producido la curva: de consiguiente, siendo U por ejemplo, figuras 9 y 11, el punto de la curva por donde queremos tirar

la tangente, tiraremos el plano tangente á la superficie que pasa por este punto, el cual estará determinado por las rectas $X U - X' U'$ generatriz de la superficie gaucha, y $U I - U' I'$ tangente en el punto $U - U'$ á la hélice directriz, que para obtener esta, se sabe, que en el desarrollo las tangentes á las hélices se confunden con el desarrollo de estas curvas, resulta que la recta $U''' K'''$ fig. 8, será la tangente en el punto $U - U'''$ de la directriz εU; pero sabemos tambien que el lado $K''' S'''$ del triángulo rectángulo $K''' U''' S'''$ es la subtangente, ó la proyeccion de la tangente sobre el plano de seccion recta $P_{,}$: de donde resulta que si la distancia $K''' S'''$ la llavamos sobre la tangente $U' I'$ fig. 11, la recta $U' K'$ será la proyeccion de la parte de tangente comprendida entre el punto $U - U'$ y el plano de seccion recta $P_{,}$: si consideramos este plano como el vertical de proyeccion de la fig. 11, la recta $E F'$ será la traza vertical del plano $P_{,}$, y la $K' F'$ paralela á la generatriz $O' X'$ la del plano tangente; estas trazas se cortan en el punto F' que unido con U' dará la tangente $F' U'$ que buscamos.

Ahora bien, si tiramos $O' H'$ perpendicular á $F' K'$ y por consiguiente tambien á $O' U'$, el ángulo $F' O' H'$ será igual al $U' O' D'$, porque $F' O'$ es perpendicular á $O' D'$ y $O' H'$ á $O' U'$: si llamamos:

ángulo $U' O' D' = F' O' H' = \alpha$,

radio $O' U' = R$,

ángulo $U O S$ fig. $9 = u$,

el paso $I O$ de la hélice $= h$:

el triángulo $F' O' H'$ dará, $O' F' = \dfrac{O' H'}{\cos. F' O' H'} = \dfrac{O' H'}{\cos. \alpha}$ (1):

se tiene fig. 11, $O' H' = U' K'$ (2):

se sabe que en las hélices se verifica $\dfrac{U' K'}{U S} = \dfrac{2 \pi R}{h}$ (3):

el triángulo $U O S$ fig. 9 da $U S = O S$ tang. $U O S = O S$ tang. u (4):

se tiene figuras 9 y 11, $O S = O' D'$ (5):

en fin,

el triángulo $O' D' U'$ da $O' D' = O' U'$ cos. $V' O' D' = R$ cos. α (6): multiplicando estas seis ecuaciones y suprimiendo factores comunes, se obtiene $O' F' = \dfrac{2 \pi R^2 \text{ tang. } u}{h}$ (7):

en la cual, habiendo desaparecido el ángulo α, se deduce que la distancia $O' F'$ es independiente de él, y la misma cualquiera que sea el punto que se tome.

Demostrado ya que la magnitud $O' F'$ es independiente del punto que se haya escogido, si tomamos el punto de arranque m', la tangente sobre el desarrollo será la recta $m''' h'''$ paralela á las demas hélices, y la recta $a h'''$ será la proyeccion de la tangente $m''' h'''$ sobre el plano de la seccion recta $P_{,}$; pero si el desarrollo lo envolvemos sobre la superficie cilíndrica de intradós, la tangente $m''' h'''$ tomará la posicion $m' h'$ fig. 11, y la recta $h' F'$ paralela á $m' O'$ dará el punto F'. Bastará, pues, para determinar directamente el punto F', trazar la recta $m''' h'''$ paralela á la direccion de las hélices desarrolladas, y tomar $a h'''$ fig. 8 sobre la vertical $O' F'$ de la fig. 11.

Análogamente llevando la misma magnitud $a h'''$ fig. 8, sobre la vertical $O'' F''$ fig. 7, se determinará directamente el foco F''' sobre esta proyeccion.

Si se quieren obtener los punto análogos $T' T''$ correspondientes á la curva del trasdós, se tira por el punto M la recta $M T'''$ paralela á la direccion de las hélices del trasdós desarrolladas, y se llevará la magnitud $a T'''$ sobre las verticales $O' T'$, $C'' T''$.

Condiciones de equilibrio. Consideraremos primero los esfuerzos que resultarán debidos á las superficies de lecho, y despues á las de junta: supondremos que las presiones que se verifiquen sobre una de estas superficies $O A B$ fig. 7, por ejemplo, tienen su punto de aplicacion en los diferentes puntos de la hélice media 0, 8. Para considerar los efectos de estos esfuerzos sobre un punto de esta hélice, el 5, por ejemplo, tiraremos el plano tangente en dicho punto, el cual estará determinado por Lám. 78.

la normal generatriz de la superficie gaucha, cuyas proyecciones son 5 n — 5′ n' figuras 7 y 6 y la tangente á la hélice en el mismo punto 5, la cual para determinarla, tiraremos fig. 6 la tangente 5′ u', tomaremos sobre esta la magnitud 5′ u' del arco 0, 5′ rectificado, la perpendicular u' u marcará el punto u, que determinará la proyeccion horizontal 5 u: las trazas horizontales de las dos rectas que determinan el plano tangente están en los puntos n y u, por consiguiente n u es la traza horizontal de dicho plano. La recta 5 m perpendicular á esta traza, será la proyeccion horizontal de la línea de máxima pendiente, y por consiguiente la direccion de la fuerza de resbalamiento; así como su prolongacion será la proyeccion horizontal de la direccion segun la cual se verificará la presion.

Análogamente se obtendrán estas direcciones para los demas puntos de la hélice media.

Aunque no es fácil conocer la intensidad de estas fuerzas, nos es suficiente su direccion para comprender las ventajas é inconvenientes que este género de aparejo puede tener.

Considerando primero las fuerzas de resbalamiento que hay en una hilada, observaremos en la fig. 7, donde está indicado por medio de flechas la direccion de las líneas de máxima pendiente de los diferentes planos tangentes, que su direccion va variando desde los arranques hasta el vértice, dirigiéndose los primeros al vacío, así como los otros á los estribos: por consiguiente en las primeras dovelas hay una tendencia al resbalamiento que no puede ser contrarestado, al paso que el de las últimas lo está por la masa de los estribos, por lo que, si se determina el punto x desde donde ya las flechas se dirigen á los estribos, y se suprimen las partes de bóveda inferiores á este punto, no habrá dovelas que tiendan á destacarse de la masa del puente por efecto de las fuerzas que estamos considerando.

Para la determinacion de dicho punto x observaremos, que es aquel donde el plano tangente al helizóide es perpendicular al de cabeza A n', ó lo que es lo mismo, paralelo á una recta

O N que sea perpendicular á este plano: así el problema que hay que resolver es el siguiente: construir un plano tangente á un helizóide que sea paralelo á una recta dada. Para su resolucion observaremos, que los planos tangentes á las superficies gauchas están determinados por la generatriz y la tangente á una de la curvas que pasan por el punto de contacto; pero en este caso las generatrices del helizóide y las tangentes á la hélice directriz se cortan entre sí perpendicularmente, y unas y otras forman ángulos constantes con el eje del cilindro, y por consiguiente tambien con el plano de la seccion recta n' v' o' —I L.

La inclinacion de las tangentes á la hélice estará representada por el ángulo A L O, porque en el punto 8 el plano tangente es vertical, por serlo la normal al cilindro en este punto. Si este plano tangente lo hacemos girar al rededor del eje del cilindro, la recta O L engendrará el cono L O Y, y los planos tangentes á este cono, formando el mismo ángulo con el eje del cilindro, serán respectivamente paralelos á los del helizóide. Para determinar el del paralelo al helizóide que buscamos, no tendremos mas que tirar el plano tangente al cono que sea perpendicular al plano de cabeza: para lo cual, por el vértice del cono tiraremos la recta O N — O' N' perpendicular al plano de cabeza: supondremos que el plano de seccion recta fig. 6 tiene por traza horizontal la línea A N, la traza vertical de dicha recta será el punto N', desde el cual tiraremos las rectas N K′—N' H' tangentes á la traza del cono H' L' K′, que serán las trazas verticales de los planos tangentes: para trazar los análogos del helizóide, sabemos que las generatrices de esta superficie son todas paralelas al plano vertical de la fig. 6, y cortan al eje del cilindro; por consiguiente, las que contienen estos planos que buscamos tendrán por proyecciones verticales las líneas n' k' — n' h' paralelas á las trazas de los planos donde están contenidas, pues estas deben serlo á su vez á las líneas N' K′ — N' H'. La interseccion de estas líneas con la su-

perficie de intradós, da desde luego los puntos x, $x-z$, z' situados á la misma altura, y que fueron el objeto de este problema.

Las flechas dibujadas en la fig. 7 indican las direcciones de las líneas de máxima pendiente de la superficie de lecho; pero no pueden espresar la componente de la presion, cuya intensidad depende de muchas circunstancias, de las cuales una de ellas es la inclinacion de estos planos: para determinar esta inclinacion, si queremos, por ejemplo, determinar el ángulo que forma con el horizontal el plano tangente en el punto 5, se hará girar al plano $5m$ al rededor de la vertical proyectada en el punto 5: el vértice m del ángulo describirá el círculo horizontal mm', y cuando haya llegado á m' se le proyectará en m'' fig. 6: la recta $5'm''$ será la línea de máxima pendiente del plano tangente P_5, y el ángulo $5'm''5''$ espresará su inclinacion. Del mismo modo se determinará la inclinacion de los demas planos tangentes, que para poder compararlos se han colocado en la fig. 15.

Para estudiar de un modo semejante los efectos sobre las superficies de junta, debemos suponer que se corren las dovelas sobre sus lechos hasta que todas las superficies de junta formen una superficie contínua; cuya hipótesis no cambia ni la direccion ni la intensidad de las fuerzas que actúan sobre ellas.

Si se supone que se emplean para superficies de junta los helizóides que hemos visto ha exigido las condiciones geométricas, y consideramos la primera junta, determinando de un modo análogo las proyecciones de las líneas de máxima pendiente de sus planos tangentes, observaremos que desde el vértice hasta el arranque correspondiente al ángulo agudo de la pila, todas están dirigidas al esterior, y por el contrario, las correspondientes al ángulo obtuso: si consideramos análogamente las demas juntas trasversales, sucederá lo mismo: por consiguiente, el empleo de estas superficies helizoidales para superficies de junta no es conveniente, porque todas las

dovelas de los ángulos agudos tienden á desprenderse de la bóveda hácia el esterior y hácia el interior la de los ángulos obtusos: y aunque en estas últimas se pueden suponer evitados estos esfuerzos por el enlace de las diversas hiladas, no así el de las primeras, que no hay ninguna fuerza que las detenga, particularmente en las cabezas del puente.

En la imposibilidad de emplear dichas superficies, para sustituirlas debemos observar que, segun el trazado de este aparejo, las curvas planas que mas se aproximan á las hélices trasversales son los arcos paralelos á los planos de cabeza, y teniendo presente lo que dijimos en el aparejo octogonal al considerar las superficies normales que tienen á estas curvas por directrices, deduciremos que las superficies de junta mas convenientes son los planos verticales paralelos á las cabezas.

En consecuencia de todo esto, las condiciones mecánicas exigen en el aparejo las modificaciones siguientes: 1.ª, elevar las pilas hasta la altura conveniente, á fin de suprimir las partes de superficie de lecho cuya pendiente está dirigida al esterior: 2.ª, emplear planos paralelos á los de cabeza para todas las juntas.

Segun estas modificaciones, el intradós de las dovelas no tendrá rectos todos sus ángulos, como sucede en el aparejo octogonal: el ángulo formado por las superficies de lecho y junta, tampoco será recto, como lo es en dicho aparejo: y además, aunque se han suprimido las dovelas que tendian á destacarse de la masa por resbalamiento, las presiones sobre los planos de lecho tienen direcciones que no son perpendiculares á las pilas; por lo cual estas no estarán en tan buenas condiciones como en el aparejo octogonal para resistir á los esfuerzos parciales de cada dovela y á la resultante de todas ellas.

Por estas razones, y por la semejanza que las dovelas tienen con las de las zancas de las escaleras, no entramos en los detalles para su labra.

Aunque este aparejo presenta para las construcciones de

sillería los inconvenientes mencionados, como en las de sillarejos y principalmente de ladrillos, en las cuales por efecto de la menor diferencia que hay entre la resistencia de los materiales de que se compone, pueden al cabo de cierto tiempo considerarse como si fueran una sola masa, debe preferirse el aparejo en el cual resulte mayor homogeneidad, y por consiguiente mayor tendencia á formar una masa. El aparejo octogonal, por ser en él desigual la anchura de las hiladas, no se presta á esto; por el contrario, en el aparejo helizoidal todas las hiladas son iguales entre sí y en toda su longitud: por consiguiente, hay una completa homogeneidad en la bóveda que lo hace preferible para esta clase de construcciones.

Aplicacion á los puentes de mampostería. En los puentes de mampostería es conveniente construir de sillería los arcos de cabeza: en el aparejo de estas se puede sustituir sin inconveniente las superficies de lecho helizoidales por planos, pues la sencillez, y de consiguiente la exactitud en la labra, compensa con ventaja á la irregularidad apenas sensible que resulta.

Lám. 79. Estos planos de lecho deben pasar por las normales á los arcos de cabeza, y por las cuerdas de los arcos de hélice de intradós: si observamos la fig. 7, las normales á la elipse de cabeza, tangentes á su evoluta, se diferencian muy poco de las rectas que pasan por el punto O' adonde se dirigen las tangentes á las curvas que provienen de la seccion de la superficie de lecho helizoidales con los planos de cabeza: por otra parte, los arcos de elipse que dichos planos producen en el intradós, tambien difieren poco de los arcos de hélice: por consiguiente, estos planos que hemos indicado son los mas convenientes.

Para hacer la montea, suponiendo, fig. 13, la seccion recta abatida, de la cual se suprime por lo dicho anteriormente las partes inferiores al punto X'', se dividirá el arco $X''\ Y''$ en partes iguales; se trazarán las generatrices en las proyecciones figuras 7 y 8; se hará el desarrollo, fig. 15; se determinará en esta figura la direccion de las hélices de intradós, de las cuales se determinarán las proyecciones; y en seguida se estudiará el aparejo de las cabezas.

Las caras posteriores de las dovelas proyectadas, fig. 8, en las rectas $P_2 P_3$ paralelas al plano P de cabeza, cortarán al intradós en elipses cuyo desarrollo será las sinusoides $M_2\ M_2$—$M_3\ M_3$, fig. 15, iguales y paralelas á la de cabeza.

Con objeto de que la mampostería de los muros se asiente mejor sobre las dovelas, es conveniente trasdosar estas por planos horizontales, como se ve fig. 7, cuyas proyecciones horizontales están en la fig. 2, con objeto de no confundir la fig. 8.

Para determinar las proyecciones de las dovelas de cabeza, se trazará fig. 7, las elipses $M_2\ M_2$—$M_3\ M_3$ que provienen de la seccion del intradós con los planos P_2—P_3: sobre la elipse $M_3\ M_3$ se proyectarán los puntos V-S, etc., donde en proyeccion horizontal las hélices de intradós cortan á la traza del plano que la contiene; se tirará por ellos las rectas Vv—Ss, paralelas á las juntas de cabeza $A\ a$—$D\ d$, que serán las proyecciones verticales de las aristas posteriores: las proyecciones horizontales de estas mismas líneas están en la traza P_3: se determinará la interseccion de estas líneas con los planos horizontales $a\ v$—$b\ s$ que las limitan superiormente, y que producirán la fig. 2; así como tambien los arcos de elipse $A\ N\ V$—$D\ E\ S$, figuras 7 y 8, producidos por los planos de lecho.

Para la labra de las dovelas necesitaremos, además de las plantillas de cabeza, las de lecho, cuyo abatimiento puede hacerse de dos modos:

1.º Supongamos que hemos trasladado á las figuras 1 y 11 las dos proyecciones de la dovela VII: para obtener el abatimiento K', supongamos que la superficie de lecho gira alrededor de la horizontal $a\ v$ hasta ponerse en el plano horizontal P_5; para obtener la posicion de un punto cualquiera V se tirará $V\ V'$ perpendicular á la línea de giro, y desde el punto v se describirá

el arco $l\,q$ con un radio igual al lado $v\,V$ fig. 1, y su interseccion con la recta $V\,V'$, dará el punto V fig. 11, que se unirá con el V: determinado este punto, para los demas debemos observar, que las rectas $a\;A$, $n\,N$, $v\;V$, $u\;U$, son paralelas en el espacio, y por consiguiente lo han de ser en el abatimiento, y como sus verdaderas magnitudes están en la proyeccion vertical, no tenemos mas que llevarlas sobre las rectas $a\;A'$, $n\;N'$, $u\,U'$ tiradas paralelamente á $v\;V'$.

Como comprobacion se puede hacer girar el punto A fig. 1 al rededor de la horizontal proyectante del punto v, en cuyo giro describirá el arco $A\;A''$ y se proyectará fig. 11 en A''': la distancia entre el punto A''' y v debe ser igual á la $v\;A'$ de la plantilla K'.

2.° Consiste en colocar los planos de lecho paralelos al plano vertical, tomando por linea de giro su interseccion con el plano de cabeza, ó con el posterior: para obtener la plantilla K'' figura 1 se considera la línea de giro la $a\;A'$: el punto V se moverá segun la perpendicular á esta línea $v\,o''$; desde el punto v se trazará el arco $y\;z$ con una magnitud igual á la de la recta $a\;v$, determinada en la proyeccion horizontal; su interseccion dará el punto v'': tomando sobre la recta $a\;v''$ las magnitudes $a\,n$, $a\,u$ de la fig. 11 y tirando por los puntos que resulten, así como por el v'', paralelas á $a\,A$, se referirán á ellas los puntos N-U-V y obtendremos la curva de intradós.

Se puede comprobar la construccion determinando directamente la magnitud de una diagonal.

Labra. Se tomará figuras 1 y 11 el paralelepipedo que contenga la dovela; se labrará el plano P_6 sobre el cual se aplicará la plantilla $a\,v\,s\,d$ fig. 11: se aplicará en la cara anterior la plantilla $A\,a\,b\,d\,D$ fig. 1; y sobre la posterior la $V\,v\,h\,s\,S$, haciendo coincidir los puntos $b\;d\;h\;s$ con los de la primera plantilla; se labrará la cara vertical $a\,v\,h\,b$, en la que se trazará la horizontal $a\,v$; se labrarán los planos de lecho y sobrelecho, sobre los

cuales se aplicarán sus plantillas, en las que deben estar marcados los puntos de interseccion de las generatrices de intradós, para conocer su direccion y poder labrarlo por medio de las curvas dadas por estas plantillas y las de cabeza.

ARCOS DISPUESTOS EN RETIRADA.

En este aparejo se forma la bóveda con un cierto número de arcos rectos dispuestos de manera, que los puntos medios de sus ejes esten colocados sobre la línea que marca la oblicuidad del puente, del mismo modo que se colocan las cerchas en los de madera y de hierro.

La fig. 9 representa la planta y la 2 la proyeccion vertical Lám. 86. de un puente aparejado por este medio. Para la colocacion de los arcos rectos debe tenerse presente, que debe haber dos en las cabezas; además el número de intermedios necesarios segun el peso que tengan que soportar, distribuidos uniformemente en los puentes de caminos ordinarios, y debajo de los carriles en los de hierro.

Estos arcos se construyen como de ordinario: la dificultad consiste en enlazarlos entre sí de un modo sólido.

El medio indicado por Mr. Boucher, que fué el primero que hizo aplicacion de este aparejo, consiste en emplear de distancia en distancia piedras que sentándose sobre los trasdóses de dos arcos consecutivos, penetrasen en la mampostería que los cubre de $0^m,15$ á $0^m,20$, y los espacios intermedios cubrirlos con mampostería; pero en la ejecucion del puente prefirió cubrir estos espacios con piedras que penetrasen $0^m,05$ en la mampostería, con objeto de evitar las cimbras que hubiera necesitado para la ejecucion de estos trozos de bóveda.

Como los trasdóses de cada uno de los arcos no forman una misma superficie, es preciso para aplicar este método dispo-

nerlos del modo siguiente: marcado el espesor *am* fig. 2 que se juzgue suficiente para que las dovelas del arco recto sostengan el peso trasmitido por la bóveda intermedia, se trazan los arcos *mrx* — *nez* concéntricos á los intradóses de los arcos rectos: si uniéramos los vértices de estos arcos, resultaria la parte *xz* de bóveda adintelada, y para evitar esta especie de bóveda que no tiene suficiente resistencia, se toman las magnitudes iguales *xr* — *ze*; por los puntos *re* se tiran los radios que por su interseccion dan el punto *V* centro del arco *rse*; de manera que el intradós de la bóveda que cubre el espacio comprendido entre los arcos *A*—*B* fig. 9, se compone de los tres arcos de círculo *mr* — *re* — *en* fig. 2.

Asi en el arco recto *A* será preciso abrir por la parte posterior rebajos $0^{m},20$ de profundidad para alojar las cabezas de las dovelas de enlace, y de $0^{m},05$ para las intermedias, desde el arranque *m* hasta el punto donde el intradós *mrse* corta al trasdós de dicho arco *A*; llegado á este punto, por el contrario, será preciso colocar mampostería ó sillarejos sobre las dovelas de dicho arco, hasta el intradós *nes*. En la parte anterior del arco recto *B* por el contrario, será preciso construir con mampostería ó sillarejos hasta la curva *mzse*, y abrir rebajos en la parte *ne*. Para cubrir los espacios comprendidos entre los demas arcos rectos, se opera del mismo modo. En las figuras 1, 3 y 13 está indicado esto en perspectiva.

Despues de construidas estas bóvedas, se rellenan todos los espacios intermedios con mampostería ordinaria á fin de formar una superficie continua, sobre la que se estiende la capa de mortero que protege la construccion de las filtraciones.

Este aparejo tiene la ventaja de que todos los empujes se verifican en planos paralelos á los de cabeza, y que las dovelas no tienen ángulos agudos; en cambio es necesario emplear una gran cantidad de sillería, y labrar muchas superficies tanto cilíndricas como planas; pero si se tiene en cuenta la sencillez de estas mismas superficies, la exactitud con que se pueden hacer las monteas por lo sencillas que son, y el no haber ángulos agudos, se comprenderá el aumento de solidez que puede tener la construccion empleando este género de aparejo.

Si recordamos el modo de trazar las trayectorias en el aparejo octogonal, se observará, que si en el aparejo que estamos considerando se aumenta hasta el infinito el número de arcos, el polígono formado por las normales consecutivas formará la trayectoria; así como las partes comprendidas entre las intersecciones de los planos de lecho, la superficie cilíndrica proyectante de la trayectoria. Para ver esto con mas claridad se ha trazado una trayectoria en la fig. 2.

Con objeto de disminuir la mano de obra propone Mr. Adhemar, colocar los arcos rectos adosados unos á otros figuras 8 y 11, de modo que el intradós de cada uno se apoye una cierta longitud en el trasdós del anterior hácia los ángulos agudos, y á la inversa hácia el obtuso. Como los arcos de intradós de cada uno de estos trozos de bóveda se cortan, es claro que el espesor de la parte inferior va disminuyendo desde los arranques hasta este punto; así que, llegado á cierta altura ya no ofrecerian resistencia: para proporcionar esta y enlazar mejor los arcos, construye de distancia en distancia piedras dobles que formen parte alternativamente de los arcos que le precede y sigue. Estas dovelas están representadas en la fig. 10.

COMPARACION ENTRE LOS DIFERENTES APAREJOS.

Comparando los aparejos que acabamos de considerar, se deduce:

1.º Que el aparejo octogonal y el de arcos dispuestos en retirada son los únicos que destruyen completamente el empuje al vacío.

2.° Que el aparejo octogonal tiene la ventaja de presentar el intradós continuo, y mas trabazon en toda su masa que el de arcos en retirada; pero en cambio la variacion de anchura de las dovelas aumenta considerablemente el gasto, y las dificultades de una buena ejecucion.

3.° El aparejo helizoidal es el menos conveniente bajo el punto de vista de la estabilidad; pero en cambio, por efecto de la igualdad de todas sus hiladas, es el mas económico, y el mas conveniente para las construcciones de sillarejos ó ladrillos.

En consecuencia de esto, debe darse la preferencia á cada aparejo del modo siguiente: 1.°, en los puentes de mampostería, al aparejo helizóidal; 2.°, en los puentes de sillería, en el caso de que la oblicuidad sea pequeña, al aparejo octogonal; 3.°, si esta oblicuidad es muy grande, al de arcos dispuestos en retirada.

CUERNOS DE VACA.

Con objeto de evitar los ángulos agudos que forman las pilas y el intradós con el plano de cabeza en los puentes oblícuos, se achaflanan aquellas, y estas se sustituyen en las inmediaciones del plano de cabeza por otra superficie cilíndrica, cónica ó gaucha, que se denomina cuerno de vaca.

Pueden hacerse estas modificaciones de diversos modos.

Lám. 74. 1.° Por el punto *U* fig. 27, vértice del arco de cabeza se tira la recta *UF*, que se la puede considerar como traza de un plano vertical que cortará al intradós segun un arco de elipse que se toma por directriz de una superficie cilíndrica *UBF* perpendicular al plano de cabeza. Esta solucion tiene el inconveniente de que el arco de cabeza no es simétrico, pues se compone de dos cuartos de elipse diferentes.

2.° Con objeto de evitar el defecto anterior, se sustituye el plano *UF* por el *AF* fig. 26.

3.° Se puede sustituir la superficie cilíndrica *AFB* por una superficie gaucha cuyas directrices sean: una de las curvas *AB* ó *AF*; otra la recta segun las cuales se cortan los planos *AE* y *BH*, y por plano director el plano horizontal. Tiene el inconveniente de que si se elige por directriz la curva *AF*, el arco de cabeza no será una elipse, y si se elige la *AB*, la interseccion con el cilindro será una curva de doble curvatura.

4.° Se puede remediar este defecto empleando una superficie gaucha cuya generatriz *BF* fig. 25 sea horizontal, y se apoye sobre la elipse *EF* paralela á la de cabeza *AB*, y en la vertical proyectada en *S*, donde la recta *CS* que es la perpendicular tirada á *EF* por su punto medio, corta á la *ES*.

5.° Los medios anteriores tienen el inconveniente de que las generatrices horizontales forman unas veces ángulos salientes como *vxz* fig. 26, y otras veces entrantes como el *boy*, los cuales son mas difíciles de labrar con exactitud; pero si á las superficies cilíndricas ó gauchas de los casos anteriores sustituimos un cono cuyo vértice esté en *S* en el plano horizontal de los arranques, y que tenga por directriz la seccion del intradós por el plano vertical *EF* fig. 25, no habrá ángulos entrantes, como se ve en la proyeccion vertical fig. 28.

En las aplicaciones del aparejo helizoidal puede procederse Lám. 79. del modo siguiente para engendrar la superficie que ha de formar el cuerno de vaca: se tira la recta *FL* fig. 8, perpendicular al plano de cabeza, para achaflanar el ángulo agudo de la pila; se tira *FT* paralela á *LQ*; se toma $XQ = ZL$, y se traza la elipse $Q^{IV}R$ fig. 7, semejante á la $X^{IV}ca$; las elipses *QL* y *FT* fig. 8, servirán de directrices á una superficie gaucha, cuyas generatrices son las rectas que unen los puntos donde estas directrices son cortadas por los planos de junta.

Para labrarlo se trazan en la fig. 15 el desarrollo $T'''F'''$, lo que da la plantilla de intradós que se aplica, así como la plan-

tilla III fig. 7, que marcan los arcos *c a—u v* fig. 16, que son las dos directrices: se dividen en partes iguales, y sirven para determinar la posicion de las generatrices intermedias.

Lám. 85. Esta especie de cuernos de vaca puede aplicarse tambien al aparejo octogonal, como está indicado en la fig. 9.

FIN.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Litª de Ingˢ - J. Pajares.

Fig. 12.

Fig. 13.

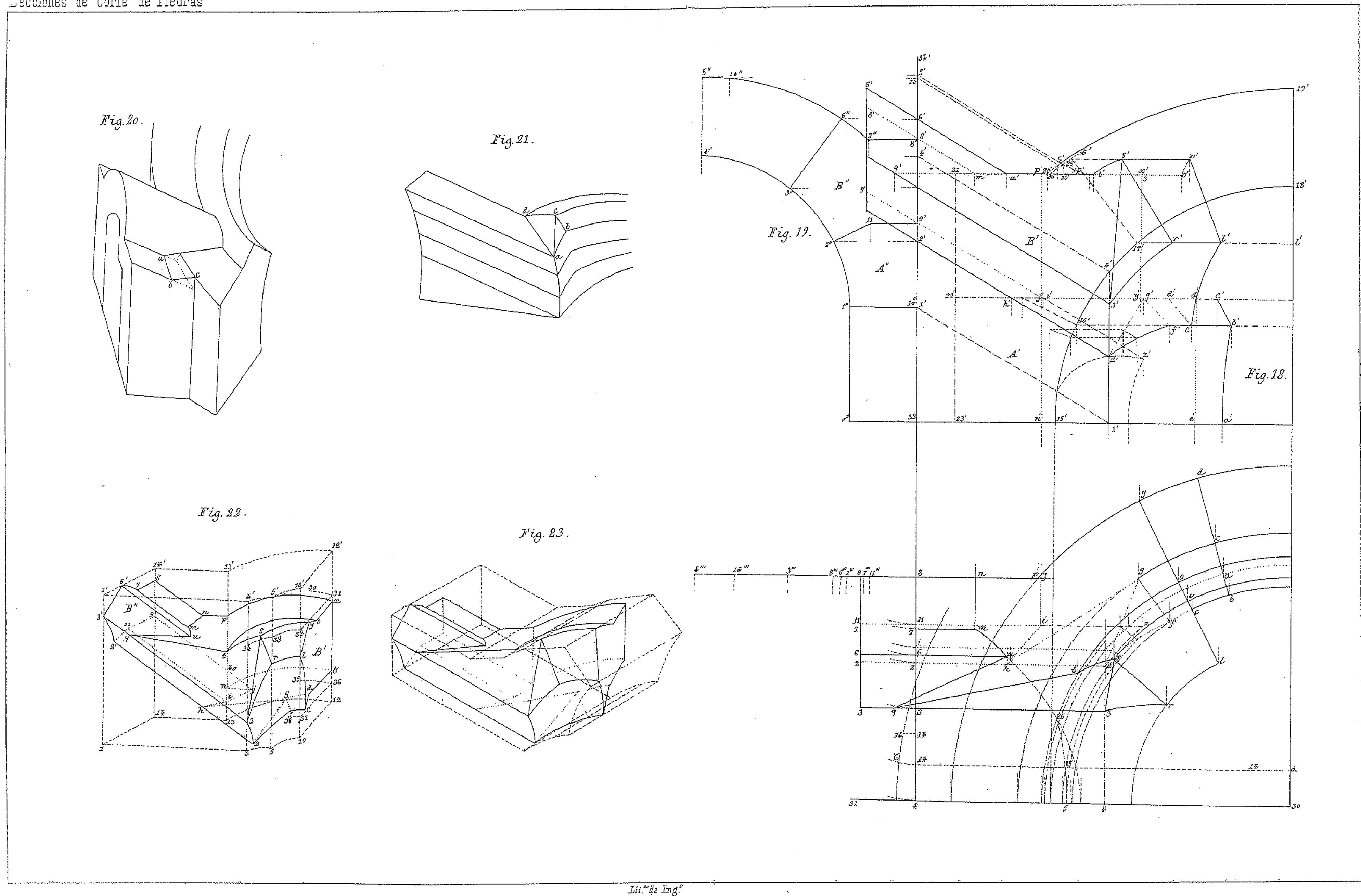
Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Litª de Ingˢ - J. Pajares.


Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 19.
Fig. 18.
Fig. 22.
Fig. 23.